

Matematinio samprotavimo užduotys

7 – 8 klasėms

Užduočių rinkinys skirtas matematinio samprotavimo gebėjimų ugdymui 7–8
klasių mokiniams pagal atnaujintas Bendrąsias programas

TURINYS

ĮVADAS	3
7 KLASĖ, SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI.....	5
PINIGŲ SRAIGTASPARNIS IR INFLIACIJA	5
SKRUZDĖLIŲ FERMA.....	12
KAVOS PUODELIAI	18
AUTOMOBILIO NUOMA	22
7 KLASĖ, MODELIAI IR SĄRYŠIAI	27
PASIRUOŠIMAS GIMTADIENIUI IR DARBO UŽDAVINIAI.....	27
KELIONĖ NAMO IR JUDĖJIMO UŽDAVINIAI	34
MIŠKŲ IŠSAUGOJIMAS IR NELYGYBIŲ SISTEMOS SU VIENU NEŽINOMUOJU.....	40
UŽDAVINIŲ SPRENDIMAS SUDARANT LYGTIS.....	48
7 KLASĖ, GEOMETRIJA IR MATAVIMAI	54
TRIKAMPIŲ IR KETURKAMPIŲ KAMPŲ SUMOS.....	54
ŽAIDIMŲ AIKŠTELĖS	59
UGNĖS NAMŲ DARBAI	65
7 KLASĖ, DUOMENYS IR TIKIMYBĖS	73
APKLAUSA APIE TVARIUS ĮPROČIUS IR DUOMENYS.....	73
8 KLASĖ, SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI.....	82
KALNAI, SLĖNIAI IR REALIEJI SKAIČIAI.....	82
PABĖGIMO KAMBARIO SPYNOS IR KVADRATINĖS, KUBINĖS ŠAKNYS	87
MARATONAS IR AIBĖS	93
NAUJAS RUGILĖS PASPIRTUKAS.....	99
8 KLASĖ, MODELIAI IR SĄRYŠIAI	108
PABAISIUKŲ TAŠKAI.....	108
NAUJAS OTILIJOS ĮVAIZDIS IR LYGČIŲ SISTEMOS	113
LINO SODAS IR NELYGYBIŲ SPRENDIMAS.....	120
BALDŲ GAMYKLA, RAIDINIAI REIŠKINIAI IR GREITOSIOS DAUGYBOS FORMULĖS	126
8 KLASĖ, GEOMETRIJA IR MATAVIMAI	131
SMILTĖS ŠIENAPJŪTĖ IR RITINYS	131
NAUJAS NAMAS IR KETURKAMPIAI	138
TILTAS IR UŽDAVINIAI SU TRIKAMPIAIS	145
MARSAEIGIŲ MISIJOS MARSE.....	153
GEOMETRINIŲ SKULPTŪRŲ KONKURAS IR ERDVINĖS FIGŪROS.....	163

Šis dokumentas parengtas įgyvendinant Nacionalinės švietimo agentūros projektą „Skaitmeninė švietimo transformacija („EdTech“)\", kurio tikslas – tobulinti mokymo(si) turinį ir priemones, siekiant ugdyti XXI amžiaus gebėjimus. Dokumente pateikiamos užduotys skirtos 7 – 8 klasių mokiniams ir yra orientuotos į matematinio samprotavimo gebėjimų ugdymą, kaip tai apibrėžta atnaujintoje Matematikos bendrojoje programoje.

Matematinio samprotavimo svarba

Atnaujinta Matematikos bendroji programa akcentuoja, kad matematika nėra tik formulės ar skaičiavimai – tai būdas mąstyti, daryti išvadas, pagrįsti sprendimus. Matematinis samprotavimas reiškia gebėjimą suprasti ryšius tarp objektų ir reiškinių, pastebėti dėsningumus, juos analizuoti, paaiškinti ir pagrįsti, kodėl tam tikras sprendimas yra tinkamas. Šie įgūdžiai būtini ne tik mokantis matematikos, bet ir sprendžiant realaus gyvenimo uždavinius, priimant atsakingus sprendimus.

Šiose užduotyse matematinis samprotavimas ugdomas per:

- loginį argumentavimą,
- aiškinimą, kodėl atsakymas teisingas,
- paprastų problemų nagrinėjimą įvairiuose kontekstuose.

Matematinio samprotavimo užduotys sudarytos atsižvelgiant į atnaujintos bendrosios programos tikslus, kurie pabrėžia gebėjimą kelti klausimus, ieškoti ryšių, taikyti skirtingas strategijas sprendžiant problemas, taip pat paaiškinti ir pagrįsti savo sprendimo kelią.

Dokumento struktūra

Dokumente pateikiami parengti užduočių pavyzdžiai, skirti 7 – 8 klasių mokiniams. Užduotys **suskirstytos pagal klasę ir mokymosi turinio sritį** (pvz.: Skaičiai ir skaičiavimai, Modeliai ir sąryšiai, Geometrija ir matavimai, Duomenys ir tikimybės). Kiekviena užduotis pateikiama šia struktūra:

- **Užduoties pavadinimas:** trumpa tema ar situacijos santrauka.
- **Bendroji įvestis:** trumpas kontekstas, supažindinantis mokinį su situacija ir įtraukiantis į uždavinio aplinką.
- **Užduočių klausimai:** jų gali būti nuo 2 iki 4 sudėlioti nuo paprastesnio iki sudėtingesnio, skatinantys samprotauti.
- **Vertinimo instrukcija:** aprašyta, už ką skiriami taškai.
- **Pagalba mokiniui:** užuominos, padedančios eiti link sprendimo.

- **Metaduomenų lentelė:** klasė, turinio sritis, pasiekimų sritis, pasiekimų lygis ir taškų skaičius.

Užduočių apimtis

Šiame dokumente pateikiamos **25** matematinio samprotavimo užduočių, skirtų 7 – 8 klasės mokiniams. Užduotys suskirstytos pagal klases: pirmiausia pateikiamos užduotys 7 klasei, po jų – 8 klasei. Kiekvienoje klasėje užduotys išdėstytos pagal Bendrųjų programų (BP) sritis, siekiant užtikrinti aiškią struktūrą ir sudaryti galimybę greitai rasti užduotis pagal atitinkamą turinį.

Dokumentas skirtas naudoti mokymo(si) procese, rengiant užduotis mokinių matematinio samprotavimo gebėjimams ugdyti ir vertinti.

7 KLASĖ, SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI

Pinigų sraigtasparnis ir infliacija

Bendroji įvestis

Sodlandijos nacionalinė valiuta – sodleriai (Sod). Šios šalies ekstremistų grupuotė „Svieta lygintojai“ apiplėšė banko saugyklą ir nusprendė pavogtais pinigais pasidalinti su Sodlandijos gyventojais. Skrisdami sraigtasparniu virš šalies gyvenviečių jie išmėtė labai daug 100 sodlerių vertės nominalo banknotų. Sodlandijos gyventojai prisirinko pilnas kišenes pinigų ir labai apsidžiaugė, kad dabar jie turtingi.

Kitą dieną šalies gyventojai išsiruošė į parduotuves apsipirkti, bet pastebėjo kai ką keista. Visos parduotuvėse esančios prekės pabrango. Taip įvyko dėl to, kad bendras gyventojų turimų pinigų kiekis padidėjo, o prekių kiekis išliko toks pat. Reiškiny, kai krinta piniginio vieneto perkamoji galia ir už turimus pinigus galima nusipirkti mažiau prekių, nei buvo galima tai padaryti vakar, vadinamas infliacija.



Užduotys

1 užduotis

Parduotuvėje pakuotė sulčių, vakar kainavusi 2 Sod, šiandien kainuoja 2,5 Sod. Kiek buvo pakelta kaina? Atsakymą pateikite procentais.

2 užduotis

Standartinį parduotuvės prekių krepšelį, naudojamą Sodlandijoje infliacijai įvertinti, sudaro 0,5 kg kiaulienos dešrelių, 1 l pieno ir 0,5 kg duonos. Palyginti su vakar diena 1 kg dešrelių kaina pakilo nuo 7 Sod iki 9 Sod, 1 l pieno – nuo 1,5 Sod iki 1,8 Sod, 1 kg duonos – nuo 2 Sod iki 3 Sod. Kiek pakilo standartinio prekių krepšelio kaina? Atsakymą pateikite procentais.

	1 kg kiaulienos dešrelių	1 l pieno	1 kg duonos
Vakar	7 Sod	1,5 Sod	2 Sod
Šiandien	9 Sod	1,8 Sod	3 Sod

3 užduotis

Televizoriai parduotuvėje buvo pabranginti 20 % nuo pradinės kainos, bet staiga praturtėję Sodlandijos gyventojai juos pirkė taip sparčiai, kad greitai jų būtų nebelikę. Buvo nuspręsta juos pabranginti dar 20 %. Kokia buvo pradinė televizoriaus kaina, jei du kartus pabranginus jis kainuoja 576 sodlerius? Pateikite atsakymą sodleriais.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
I ir II būdai 100 procentų yra pradinė kaina – 2 Sod, 1 procento vertė – 0,02 Sod. III būdas 2 – 100 % 2,5 – x	1	Už pasirinktą teisingą matematinį modelį, kad pradinė kaina yra 100 %, ir teisingą 1 % kainos apskaičiavimą arba teisingai sudarytą proporciją.
I būdas Kaina buvo pakelta: $2,5 - 2 = 0,5$ Sod Kainos pakėlimas procentais: $0,5 : 0,02 = 25$ % II būdas Naujos kainos procentinė išraiška: $2,5 : 0,02 = 125$ % Kainos pakėlimas yra: $125 \% - 100 \% = 25$ % III būdas $x = \frac{(2,5 \cdot 100 \%)}{2} = 125$ % $125 \% - 100 \% = 25$ % Atsakymas: 25 %	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai apskaičiuotą kainos pakėlimo vertę procentais).
Pastabos		
1 pastaba. Užduotį teisingai galima atlikti skirtingais būdais. Svarbiausia, kad 100 procentų būtų priskirta pradinei sulčių pakuotės kainai ir gauta teisinga kainos pakėlimo procentais vertė.		
2 pastaba. Taškas už atsakymą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 25 reiškia procentus.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Standartinio prekių krepšelio vakar dienos kaina: $7 \cdot 0,5 + 1,5 + 2 \cdot 0,5 = 6$ Sod Standartinio prekių krepšelio kaina šiandien: $9 \cdot 0,5 + 1,8 + 3 \cdot 0,5 = 7,8$ Sod	1	Už teisingai apskaičiuotas standartinio prekių krepšelio kainas vakar ir šiandien, atkreipiant dėmesį, kad krepšelį sudaro tik 0,5 kg dešrelių ir 0,5 kg duonos, o lentelėje pateiktos 1 kg kainos.
I ir II būdai 100 procentų yra pradinė kaina – 6 Sod, 1 procento vertė 0,06 Sod. III būdas 6 – 100 %	1	Už pasirinktą teisingą matematinį modelį, kad pradinė kaina yra 100 %, ir teisingą 1 % kainos apskaičiavimą arba teisingai sudarytą proporciją.

7,8 – x		
I būdas Kaina buvo pakelta: $7,8 - 6 = 1,8$ Sod Kainos pakėlimas procentais: $1,8 : 0,06 = 30 \%$ II būdas Naujos kainos procentinė išraiška: $7,8 : 0,06 = 130 \%$ Kainos pakėlimas yra: $130 \% - 100 \% = 30 \%$ III būdas $x = \frac{(7,8 \cdot 100 \%)}{6} = 130 \%$ $130 \% - 100 \% = 30 \%$ Atsakymas: 30 %	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai apskaičiuotą kainos pakėlimo vertę procentais).
Pastabos		
1 pastaba. 0,5 kg dešrelių ir 0,5 kg duonos kainos vakar ir šiandien gali būti apskaičiuotos ir atskirais daugybos veiksmais, padauginus produkto masę iš jo kilogramo kainos ($0,5 \cdot 7 = 3,5$; $0,5 \cdot 9 = 4,5$; $0,5 \cdot 2 = 1$; $0,5 \cdot 3 = 1,5$) arba sudarant proporcijas.		
2 pastaba. Kiek buvo pakelta prekių krepšelio kaina, galima apskaičiuoti įvairiais skirtingais būdais. Svarbiausia, kad 100 procentų būtų priskirta pradinei (vakar dienos) krepšelio kainai ir gauta teisinga kainos pakėlimo procentais vertė.		
3 pastaba. Taškas už atsakymą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 30 reiškia procentus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
I būdas Pradinę kainą galima rasti sudarant lygtį: $576 = (x \cdot 1,2) \cdot 1,2$ II būdas Pradinę kainą galima rasti sudarant proporciją du kartus iš eilės, pradedant nuo: $576 - 120 \%$ $x - 100 \%$ Ir po to pakartotinai sudarant proporciją su gauta x reikšme.	1	Už pademonstruotą suvokimą, kad tai yra sudėtinių procentų uždavinys, ir pasirinktą teisingą sprendimo būdą: teisingai sudarytą lygtį arba pirmą iš dviejų proporcijų. Jei procentiniai kainos pakėlimai paprasčiausiai sudedami (pvz.: $20 \% + 20 \% = 40 \%$), taškas neskiriamas.
I būdas $576 = x \cdot 1,44 \quad : 1,44$ $x = 400$ Sod II būdas $576 - 120 \%$ $x - 100 \%$ $x = \frac{(576 \cdot 100 \%)}{120 \%} = 480$ Sod	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai išspręstą lygtį arba du kartus teisingai rastą nežinomą proporcijos narį).

Proporcija sudaroma dar kartą: $480 - 120 \%$ $x - 100 \%$ $x = \frac{(480 \cdot 100 \%) }{120 \%} = 400 \text{ Sod}$ Atsakymas: 400 Sod		
Pastabos <i>Taškas už gautą teisingą atsakymą skiriamas ir tada, jei nenurodomas matavimo vienetas Sod ir atsakyme rašoma tiesiog 400.</i>		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Ieškant, kiek kaina pakelta procentais, gali kilti klausimas, nuo kokio dydžio skaičiuoti – ar nuo pradinės kainos, ar nuo pakeltos kainos, nuo mažesnės ar didesnės? **Procentus visada skaičiuojame nuo to dydžio, su kuriuo lyginame!**

2 užuomina. Nustačius, kuri kaina atitinka 100 procentų, galima apskaičiuoti 1 procento vertę.

3 užuomina. Kiek kaina buvo pakelta skaičiuojant sodleriais?

4 užuomina. Kainos pakėlimas procentais skaičiuojamas dalijant skaitinę kainos pakėlimo vertę iš 1 procento vertės.

2 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad krepšelį sudaro tik 0,5 kg dešrelių ir 0,5 kg duonos, o lentelėje pateiktos 1 kg kainos.

2 užuomina. Ieškant, kiek kaina pakelta procentais, gali kilti klausimas, nuo kokio dydžio skaičiuoti – ar nuo pradinės kainos, ar nuo pakeltos kainos, nuo mažesnės ar didesnės? **Procentus visada skaičiuojame nuo to dydžio, su kuriuo lyginame!** Nustačius, kuri kaina atitinka 100 procentų, galima apskaičiuoti 1 procento vertę.

3 užuomina. Kiek kaina buvo pakelta skaičiuojant sodleriais?

4 užuomina. Kainos pakėlimas procentais skaičiuojamas dalijant skaitinę kainos pakėlimo vertę iš 1 procento vertės.

3 užduotis

1 užuomina. Pirma mintis: $20\% + 20\% = 40\%$. Deja, ji neteisinga, nes antrą kartą kaina buvo pakelta skaičiuojant nuo pakeistos kainos. Procento vertė, keliant kainą antrą kartą, pasikeičia.

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad pradinė kaina sodleriais nenurodyta. Samprotaujant matematiškai, ją patogiu pasižymėti x . Išreikškite prekės kainą po pirmojo padidinimo 20 % per pradinę prekės kainą.

3 užuomina. Kainą po antrojo padidinimo 20 % išreikškite per 2 užuominoje pasiūlytą modelį. Gausite kainą po dviejų pabranginimų, išreikštą per pradinę prekės kainą.

4 užuomina. Nauja prekės kaina po dviejų pabranginimų sodleriais pateikta sąlygoje. Sulyginkite kainą sodleriais ir kainos po dviejų pabranginimų išraišką per pradinę kainą. Išspręskite sudarytą lygtį. Čia x reikšmė bus lygi pradinei prekės kainai.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Skaiciai ir skaičiavimai	Finansiniai skaičiavimai	Matematinis komunikavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Finansiniai skaičiavimai	Matematinis komunikavimas	Matematinis komunikavimas	AMG	Patenkinamas	3
3			Finansiniai skaičiavimai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

Skruzdėlių ferma

Bendroji įvestis

Lukrecija nuo mažens buvo susižavėjusi skruzdėlėmis ir jų neįtikėtinais gebėjimais. Vaikystėje ji valandų valandas praleisdavo internete stebėdama, kaip šie maži vabzdžiai dirba tarsi viena didelė komanda, gyvendami tvarkingose ir sudėtingose kolonijose. Pastebėję jos susidomėjimą skruzdėlėmis, tėvai nusprendė Lukreciją paskatinti ir toliau užsiimti mėgstama veikla. Baigusi 7 klasę, Lukrecija gavo ypatingą dovaną – tėvai leido jai namuose įsirengti išsvajotą skruzdėlių fermą.

Užduotys

1 užduotis

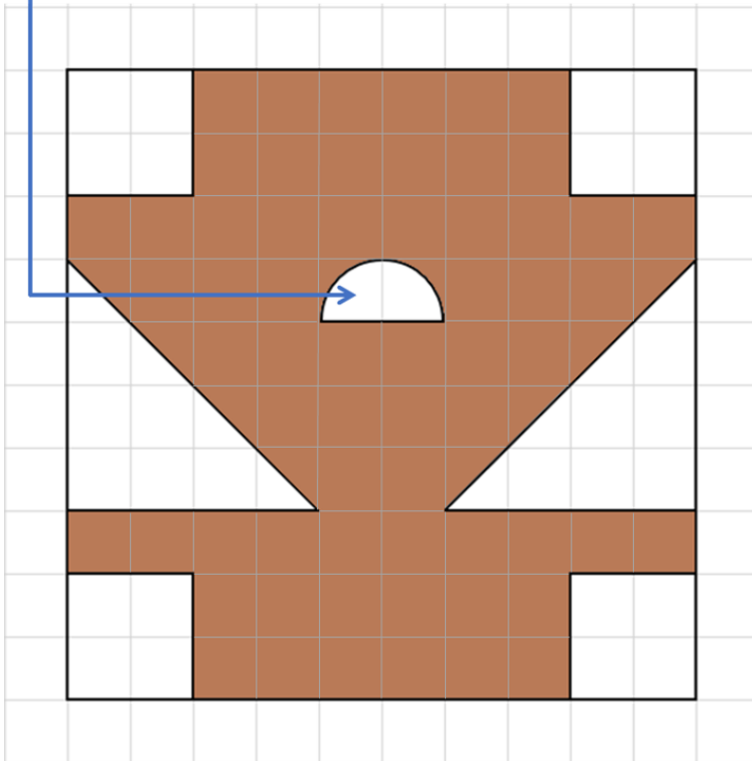
Pirmiausia reikėjo išsirinkti ir įsigyti formikariumą – specialų skruzdėlių „akvariumą“, skirtą jų kolonijoms stebėti ir tyrinėti. Specializuotoje parduotuvėje buvo du kubo formos formikariumai, pirmo kraštinė buvo 2 kartus didesnė nei antro, pirmas kainavo 150 Eur, o antras – 25 Eur. Apskaičiuokite, kiek kartų antro formikariumo tūrio 1 kubinio centimetro kaina didesnė nei pirmo. Jei atsakymą pateiksite dešimtaine trupmena, reikšmę suapvalinkite iki šimtųjų. Į formikariumų sienelių storį atsižvelgti nereikia.

2 užduotis

Lukrecija nusipirko kubo formos formikariumą ir nusprendė dvi jo sienas nudažyti rudai. Kiek kvadratinų centimetrų jai reikėjo nudažyti? Sienos buvo dažomos ne ištisai, o pagal pateiktą schemą:

1 langelio matmenys 1×1 cm

Pusės skritulio formos langelis



3 užduotis

Lukrecija ir jos draugė įsigijo po skruzdėlių koloniją. Lukrecija atidžiai sekė abiejų populiacijų augimą. Po 4 mėnesių rezultatus ji surašė į lentelę, kurioje matyti, kaip kiekvienos kolonijos populiacija išaugo per šį laikotarpį:

Mėnesių skaičius	1 kolonijos skruzdėlių skaičius	2 kolonijos skruzdėlių skaičius
0	9	32
2	27	64
4	81	128

Lukrecija pastebėjo, kad per 4 stebėjimo mėnesius pirmos kolonijos skruzdėlių skaičius kas 2 mėnesius buvo patrigubėjęs, o antros kolonijos skruzdėlių skaičius kas 2 mėnesius – padvigubėjęs. Lukrecija nusprendė tęsti stebėjimus iki 12 mėnesių. Ji išsikėlė hipotezę, kad šis dėsniumas išliks visą šį laikotarpį. Tarkime, kad Lukrecijos hipotezė teisinga. Įrodykite, kad tokiu atveju pirmos ir antros kolonijų skruzdėlių skaičiaus santykis po 12 mėnesių bus:

$$\frac{1}{2^3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^8$$

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Sakykime, kad antro formikariumo kraštinės ilgis yra x cm, vadinasi, pirmo formikariumo kraštinės ilgis yra $2x$ cm. Kubo tūris apskaičiuojamas pagal formulę: $V = a^3$. Skaiciuojame pirmo formikariumo tūrį: $V_1 = (2x)^3 = 8x^3$. Skaiciuojame antro formikariumo tūrį: $V_2 = x^3$.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (įsivestą pagalbinį kintamąjį x), teisingai apskaičiuotus pirmo ir antro formikariumų tūrius.
Skaiciuojame kiekvieno formikariumo 1 cm^3 kainą. Pirmo formikariumo 1 cm^3 kaina: $k_1 = \frac{150}{V_1} = \frac{150}{8x^3} \text{ (Eur)}$. Antro formikariumo 1 cm^3 kaina: $k_2 = \frac{25}{V_2} = \frac{25}{x^3} \text{ (Eur)}$.	1	Už teisingai apskaičiuotas pirmo ir antro formikariumų kubinio centimetro kainas.
Skaiciuojame 1 cm^3 kainų santykį: $\frac{k_2}{k_1} = \frac{25}{x^3} : \frac{150}{8x^3} = \frac{25}{x^3} \cdot \frac{8x^3}{150} = \frac{4}{3} \approx 1,33$. Ats.: antro formikariumo 1 cm^3 kaina yra maždaug 1,33 karto didesnė nei pirmo formikariumo.	1	Už teisingai apskaičiuotą antro ir pirmo formikariumų 1 kubinio centimetro kainų santykį.

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Vienos sienos dažomą plotą galima apskaičiuoti iš bendro plokštumos ploto atėmus nenuspalvintų figūrų plotą: $S_{\text{daž}} = S_{\text{plok}} - 4 \cdot S_{\text{kvad}} - 2 \cdot S_{\text{trik}} - \frac{1}{2} \cdot S_{\text{skrit}}$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
Nurodyta, kad 1 langelio matmenys yra 1×1 cm. Bendras sienos plotas: $S_{\text{plok}} = 10^2 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$. Nenuspalvinto kvadrato plotas: $S_{\text{kvad}} = 2^2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$. Nenuspalvinto trikampio plotas: $S_{\text{trik}} = \frac{4^2}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$. Nenuspalvinto pusės skritulio plotas: $S_{\text{skrit}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$.	1	Už teisingai apskaičiuotus nenuspalvintų figūrų plotus.
Taigi dažomas dviejų sienų plotas: $2 \cdot S_{\text{daž}} = 2 \cdot \left(100 - 4 \cdot 4 - 2 \cdot 8 - \frac{\pi}{2} \right) =$	1	Už teisingai apskaičiuotą dažomą plotą.

$= 2 \cdot \left(100 - 16 - 16 - \frac{\pi}{2}\right) =$ $= 136 - \pi \text{ (cm}^2\text{)}.$ Ats.: $136 - \pi \text{ (cm}^2\text{)}.$		
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą dažomą plotą skiriamas ir tada, jei atsakyme nėra nurodyta, kad skaičius $136 - \pi$ reiškia kvadratinis centimetras.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Sakykime, kad Lukrecijos hipotezė teisinga ir pirmos kolonijos skruzdėlių skaičius kas 2 mėnesius patrigubėja. Po 6 mėnesių skruzdėlių bus: $81 \cdot 3;$ po 8 mėnesių skruzdėlių bus: $81 \cdot 3 \cdot 3;$ po 10 mėnesių skruzdėlių bus: $81 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$ po 12 mėnesių skruzdėlių bus: $81 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \cdot 3^4 = 3^4 \cdot 3^4 = 3^8.$	1	Už teisingai apskaičiuotą pirmos kolonijos skruzdėlių skaičių po 12 mėnesių.
Sakykime, kad antros kolonijos skruzdėlių skaičius kas 2 mėnesius padvigubėja. Po 6 mėnesių skruzdėlių bus: $128 \cdot 2;$ po 8 mėnesių skruzdėlių bus: $128 \cdot 2 \cdot 2;$ po 10 mėnesių skruzdėlių bus: $128 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2;$ po 12 mėnesių skruzdėlių bus: $128 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128 \cdot 2^4 = 2^7 \cdot 2^4 = 2^{11}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą antros kolonijos skruzdėlių skaičių po 12 mėnesių.
Pirmos ir antros kolonijų skruzdėlių skaičiaus santykis po 12 mėnesių: $\frac{3^8}{2^{11}} = \frac{3^8}{2^8 \cdot 2^3} = \frac{1}{2^3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^8$ Ats.: įrodyta	1	Už teisingai apskaičiuotą pirmos ir antros kolonijų skruzdėlių skaičiaus santykį po 12 mėnesių.
Pastabos		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Jei antro formikariumo kraštinės ilgį pažymėtumėte x , koks būtų pirmo formikariumo kraštinės ilgis?

2 užuomina. Apskaičiuokite abiejų formikariumų tūrį.

3 užuomina. Formikariumo 1 cm^3 kainą galima apskaičiuoti visą jo kainą padalijus iš tūrio.

4 užuomina. Norint apskaičiuoti, kiek viena kaina didesnė už kitą, reikia didesnę kainą padalinti iš mažesnės.

2 užduotis

1 užuomina. Įsižiūrėkite į nenuspalvintose schemos vietose esančias figūras. Apskaičiuokite jų plotą.

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad schemos viršuje pateikti vieno langelio matmenys.

3 užuomina. Dažomas plotas apskaičiuojamas iš viso sienos ploto atimant nenuspalvintų figūrų plotą. Nepamirškite, kad Lukrecija dažys dvi formikariumo sienas.

3 užduotis

1 užuomina. Sakykime, kad Lukrecijos hipotezė teisinga. Apskaičiuokite, kiek pirmos kolonijos skruzdėlių bus po 6 ir 8 mėnesių.

2 užuomina. Pirmos kolonijos skruzdėlių skaičių po 12 mėnesių užrašykite laipsniu, kurio pagrindas yra 3.

3 užuomina. Apskaičiuokite, kiek antros kolonijos skruzdėlių bus po 6 ir 8 mėnesių. Antros kolonijos skruzdėlių skaičių po 12 mėnesių užrašykite laipsniu, kurio pagrindas yra 2.

4 užuomina. Padalinkite pirmos kolonijos skruzdėlių skaičių po 12 mėnesių iš antros kolonijos skruzdėlių skaičiaus po 12 mėnesių. Pritaikykite laipsnių savybes.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Skaičiai ir skaičiavimai	Realieji skaičiai – Laipsnis su sveikuoju rodikliu	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	3
2			Realieji skaičiai – Laipsnis su sveikuoju rodikliu	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	3
3			Realieji skaičiai – Laipsnis su sveikuoju rodikliu	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	3

Kavos puodeliai

Bendroji įvestis

Kamilė mėgsta kavą, tačiau ją geria retai. Kartą per mėnesį kavinėje ji išgeria vieną ypatingą puodelį kavos. Šis puodelis kavos kainuoja 8 eurus.

Laima taip pat mėgsta kavą ir ją geria kasdien. Ji kavą perka iš parduotuvės, verda namie ir geria be pieno ir cukraus. 500 gramų pakuotė Laimos kavos kainuoja 10 eurų.

Užduotys

1 užduotis

Parduotuvės lojalumo programa suteikia 20 % nuolaidą perkamai kavai. Kiek tuomet kainuoja 500 gramų pakuotė kavos?

2 užduotis

Prisijungus prie kavinės siūlomos lojalumo programos, kas šeštas puodelis kavos – nemokamas. Apskaičiuokite, kiek eurų Kamilė išleistų kavai per metus dalyvaudama šioje lojalumo programoje.

3 užduotis

Laima į puodelį visada deda lygiai 10 gramų kavos. Apskaičiuokite, kiek kainuoja toks kiekis kavos. Kiek kartų Kamilės vieno puodelio kavos kaina brangesnė už Laimos puodelį kavos, jei nė viena mergina nedalyvauja lojalumo programoje?

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Nuolaida kavai su lojalumo programa: $10 \cdot \frac{20\%}{100\%} = 10 \cdot 0,2 = 2 \text{ (Eur)}$ arba Kavos kaina su lojalumo programa: $10 \cdot \frac{80\%}{100\%} = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ (Eur)}$ Ats.: 8 eurai.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
Pastabos		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Per metus Kamilė išleistų: $10 \cdot 8 = 80 \text{ (Eur)}$ arba Per pusmetį Kamilė išleistų: $5 \cdot 8 = 40 \text{ (Eur)}$ Ats.: 80 eurų.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
Pastabos	1	Už gautą teisingą atsakymą.

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
500 gramų – 10 eurų 10 gramų – x eurų	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą – sudarytą proporciją 10 g kavos kainai apskaičiuoti.
10 gramų kavos kainuoja: 0,2 euro.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Kamilės kava brangesnė už Laimos tiek kartų: $\frac{8}{0,2} = 40$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastabos		
Jei teisingai sprendžiama naudojant euro centus kaip matavimo vienetą, taškai taip pat skiriami.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite procentų temą. Jei kava kainuoja 10 eurų ir jai pritaikoma 20 % nuolaida, kelių eurų nuolaida yra pritaikoma? Kokia kavos kaina su nuolaida?

2 užuomina. Galite samprotauti ir kitaip: jeigu kavos kaina sumažėjo 20 % (t. y. 0,2 dalimi), kokia kavos kainos dalis liko? Padauginkite šią likusią kainos dalį iš pradinės kainos ir gausite atsakymą.

2 užduotis

1 užuomina. Jei Kamilė dalyvautų lojalumo programoje, kiek puodelių kavos ji gautų nemokamai per pirmus 6 ir pirmus 12 mėnesių?

2 užuomina. Už kiek puodelių kavos Kamilė turėtų sumokėti per 12 apsilankymų? Padauginkite šį skaičių iš puodelio kavos kainos ir gausite atsakymą.

3 užduotis

1 užuomina. Žinote, kiek kainuoja 500 gramų kavos. Pagalvokite, koku būdu galite rasti 10 gramų kavos kainą.

2 užuomina. Sudarykite proporciją ir apskaičiuokite 10 gramų kavos kainą.

3 užuomina. Žinote Kamilės ir Laimos puodelio kavos kainas. Koku matematiniu veiksmu galite nustatyti, kiek kartų Kamilės puodelio kavos kaina didesnė už Laimos puodelio kavos kainą?

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7	Skaičiai ir skaičiavimai	Finansiniai skaičiavimai	Matematinis komunikavimas	Matematinis komunikavimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Finansiniai skaičiavimai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
3			Finansiniai skaičiavimai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	3

Automobilio nuoma

Bendroji įvestis

Jonas kartu su šeima planuoja atostogas užsienyje ir ieško geriausių automobilių nuomos kainų.

Jie išsirinko du įdomiausius pasiūlymus:

1 pasiūlymas. Automobilio nuomos kaina savaitei – 350 eurų. Už tą kainą galima nuvažiuoti bet kokį atstumą.

2 pasiūlymas. Automobilio nuomos kaina savaitei – 210 eurų. Už kiekvieną nuvažiuotą kilometrą reikės sumokėti papildomai po 0,30 euro.

Pastaba. Abiem atvejais, pagal nuomos sąlygas, kurą perka ir už jį moka (papildomai prie nuomos kainos) tas asmuo, kuris naudojasi automobiliu. Darykite prielaidą, kad abiem atvejais kuro, reikalingo nuvažiuoti vienodą kilometrų skaičių, kaina bus ta pati.

Užduotys

1 užduotis

Planuodama kelionę šeima numatė, kad per savaitės atostogas nuvažiuos 700 kilometrų. Kokį pasiūlymą jie turėtų pasirinkti, kad nuomos kaina, neskaičiuojant degalų, būtų mažiausia?

2 užduotis

Kokį atstumą reikia nuvažiuoti per savaitę, kad abiejų automobilių nuomos pasiūlymų kainos būtų vienodos?

3 užduotis

Jeigu Jono šeima pasirinks antrąjį pasiūlymą, kiek daugiausia kilometrų jie galės nuvažiuoti per savaitę, jei automobilio nuomai numatytas biudžetas, neskaičiuojant degalų kainos, yra 500 eurų? Atsakymą suapvalinkite iki šimtųjų ir pateikite kilometrais.

4 užduotis

Kitą dieną ieškodamas informacijos Jonas rado dar kelis naujus pasiūlymus su skirtingomis fiksuotomis automobilio nuomos kainos savaitei dalimis C ir skirtingomis kainomis už kiekvieną nuvažiuotą kilometrą K . Jono šeima planuoja per savaitę nuvažiuoti x kilometrų.

Jono sūnus pasiūlė suprogramuoti nuomos kainų, be išlaidų degalams, palyginimo kalkuliatorių. Į jį įvedus nuomos kainos (eurais) savaitei pastoviąją dalį C , kintamąją dalį (eurais) už kilometrą K ir

planuojamus nuvažiuoti kilometrus x , būtų galima patikrinti, ar šis pasiūlymas palankesnis už 1 pasiūlymą.

Parašykite bendrą formulę, kurią reikėtų suprogramuoti ir palyginti ją su 1 pasiūlymu.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
1 pasiūlymo nuomos kaina yra 350 Eur. 2 pasiūlymo nuomos kaina apskaičiuojama: $210 + 0,30 \cdot 700 = 210 + 210 = 420$ Eur $350 \text{ Eur} < 420 \text{ Eur}$ Ats.: šeima turėtų pasirinkti pirmą pasiūlymą.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą ir gautą teisingą atsakymą.

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Sudarykime lygtį, kur pirmojo ir antrojo automobilio nuomos pasiūlymų kainos būtų lygios. x – nuvažiuotas atstumas kilometrais $350 = 210 + 0,30 \cdot x$. $0,30 \cdot x = 350 - 210$, $0,30 \cdot x = 140$, $x = 140 \div 0,30$, $x \approx 467 \text{ km}$. Ats.: $x \approx 467 \text{ km}$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą ir gautą teisingą atsakymą.

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Sudarykime nelygybę. x – nuvažiuotas atstumas kilometrais $210 + 0,30 \cdot x \leq 500$ $0,30 \cdot x \leq 500 - 210$, $0,30 \cdot x \leq 290$, $x \leq 290 \div 0,30$, $x \leq 966,67 \text{ km}$. Ats.: $x \leq 966,67 \text{ km}$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą ir gautą teisingą atsakymą.

4 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Jei naujo pasiūlymo fiksuota nuomos kaina yra C eurų, o kaina už kiekvieną nuvažiuotą kilometrą yra K eurų, K_3 yra naujo pasiūlymo kaina, o x – planuojamas nuvažiuoti atstumas, naujos kainos formulė atrodys taip: $K_3 = C + K \cdot x$ Norint palyginti kainą su 1 pasiūlymo kaina, reikia patikrinti, ar: $C + K \cdot x < 350$ arba $x < \frac{350 - C}{K}$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite kiekvieno pasiūlymo kainą, kai atstumas – 700 km.

2 užuomina. Palyginkite, kuris variantas pigesnis. Atsakyme nurodykite pigesnį pasiūlymą.

2 užduotis

1 užuomina. Pagalvokite, kaip nustatyti atstumą, kurį nuvažiavus abiejų pasiūlymų kainos būtų vienodos.

2 užuomina. Sudarykite lygtį $210 + 0,30 \cdot x = 350$ ir ją išspręskite.

3 užduotis

1 užuomina. Žinomas biudžetas (500 Eur) ir fiksuota kaina (210 Eur), lieka tik sužinoti, kiek kilometrų galima už tą likutį nuvažiuoti.

2 užuomina. Sudarykite lygtį ir raskite x : $210 + 0,30 \cdot x \leq 500$.

4 užduotis

1 užuomina. Kokia nuomos kaina, jei fiksuota kaina yra C , o už kilometrą – K ?

2 užuomina. Kiek tai sudarys, jei važiuojama x kilometrų?

3 užuomina. Pagalvokite, kaip palyginti su 1 pasiūlymo kaina.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7	Skaičiai ir skaičiavimai	Finansinis samprotavimas	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	1
2			Finansinis samprotavimas	Loginis mąstymas ir įrodymai	Matematinis komunikavimas	AMG	Patenkinamas	1
3			Finansinis samprotavimas	Loginis mąstymas ir įrodymai	Matematinis komunikavimas	AMG	Pagrindinis	1
4			Finansinis samprotavimas	Matematinis komunikavimas	Matematinis komunikavimas	AMG	Aukštesnysis	1

7 KLASĖ, MODELIAI IR SĄRYŠIAI

Pasiruošimas gimtadieniui ir darbo uždaviniai

Bendroji įvestis

Aistė ruošiasi savo 16-ojo gimtadienio šventei. Šventės vietą ji planuoja papuošti balionais, o susirinkusius svečius pavaišinti pjaustytų vaisių vėrinukais ir sumuštiniais. Aistė norėtų, kad pasiruošimo gimtadieniui darbai neužtruktų per ilgai, todėl jai padės mama su tėčiu.

Pastaba. Užduotys apie pasirengimą gimtadieniui gali būti sprendžiamos taikant darbo uždavinių formulę $A = d \cdot t$, kuri nusako ryšį tarp atlikto darbo, darbo našumo ir laiko.

Formulėje naudojami dydžiai:

darbo laikas t – per kiek laiko nudirbamas visas darbas;

darbas A – kiek nudirbama per visą laiką t . Šis dydis dažniausiai lygus darbo produktų skaičiui vienetais (reikia sutepti 20 sumuštinių – $A = 20$) arba, jei konkrečioje situacijoje labiau tinka, tiesiog 1 (reikia sutepti visą lėkštę sumuštinių – $A = 1$);

darbo našumas d – kokia darbo dalis atliekama per 1 minutę, 1 valandą, 1 dieną (t. y. per 1 laiko vienetą, kuriuo pasirenkama matuoti t). Šis dydis dažniausiai lygus produktų skaičiui vienetais (sutepa 6 sumuštiniai per minutę – $d = 6$) arba, jei konkrečioje situacijoje labiau tinka, viso darbo daliai, išreikštai trupmena (sutepa trečdalį visų planuotų sumuštinių per minutę – $d = \frac{1}{3}$).

Užduotys

1 užduotis

Šventės vietai papuošti reikia 90 balionų. Tiek balionų pripūsti be pagalbinių priemonių užtruktų daug laiko, todėl Aistė naudosis balionų pūtimo mašina. Koks balionų pūtimo mašinos darbo

našumas, kitaip tariant, kiek balionų mašina pripučia per minutę, jei visus reikiamus balionus ji gali pripūsti per 15 minučių?

2 užduotis

Aistė per minutę suveria 3 vaisių vėrinukus. Visus planuotus vėrinukus ji suvėrė per 24 minutes. Per kiek minučių tokį patį skaičių vėrinukų būtų suvėręs tėtis, jei jis per minutę suveria 4 vėrinukus?

3 užduotis

Svečiams pavaišinti reikia paruošti 45 sumuštinus. Mama vieną sumuštinį sutepa per 30 sekundžių, o tėtis – per 20 sekundžių. Per kiek laiko mama ir tėtis suteps sumuštinus dirbdami kartu? Atsakymą pateikite minutėmis.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Visas darbas (kiek balionų reikia pripūsti iš viso): $A = 90$. Laikas, per kurį turi būti atliktas visas darbas: $t = 15$ (min) arba $t = 0,25$ (h).	1	Už teisingą sprendimui reikalingų duomenų nustatymą (visą darbą A ir darbo laiką t).
Mašinos darbo našumas d (balionų, kuriuos ji turi pripūsti per pasirinktą laiko vienetą, skaičius): $d = \frac{A}{t} = 90:15 = 6$ (bal./min); arba $d = \frac{A}{t} = 90:0,25 = 360$ (bal./h); $360:60 = 6$ (bal./min). Ats.: 6 balionus per minutę.	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai apskaičiuotą balionų, kuriuos mašina turi pripūsti per minutę, skaičių).
Pastabos		
Užduotį teisingai galima atlikti skirtingais būdais. Svarbiausia, kad 90 būtų priskirta visam darbui, o 15 min arba 0,25 h – visam laikui ir būtų apskaičiuotas teisingas balionų, kuriuos mašina pripučia per minutę, skaičius. Jei parašomas tik skaičius 6, bet nenurodoma, kad tai balionų skaičius per minutę, įvertinimas nemažinamas.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
I būdas Pradedame nuo Aistės darbo A (viso vėrinukų skaičiaus) apskaičiavimo. Nustatome tam reikalingus duomenis. Aistės darbo našumas: $d_A = 3$ (vėr./min) arba $d_A = 3 \cdot 60 = 180$ (vėr./h). Aistės visas darbo laikas: $t_A = 24$ (min) arba $t_A = \frac{24}{60}$ (h). II būdas Ieškome, koks tėčio ir Aistės darbo našumų santykis arba kiek kartų tėčio darbo našumas didesnis nei Aistės. Pirmiausia nustatome Aistės ir tėčio darbo našumus. Aistės darbo našumas: $d_A = 3$ (vėr./min) arba $d_A = 3 \cdot 60 = 180$ (vėr./h). Tėčio darbo našumas: $d_T = 4$ arba $d_T = 4 \cdot 60 = 240$ (vėr./h).	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą ir teisingą reikiamų duomenų nustatymą (sprendžiant I būdu – Aistės darbo našumą d_A , darbo laiką t_A ; II būdu – dukters ir tėčio darbo našumus d_A ir d_T).
I būdas Visas darbas A (kiek vėrinukų suvėrė Aistė): $A = d_A \cdot t_A = 3 \cdot 24 = 72$; arba	1	Sprendžiant I būdu – už teisingai apskaičiuotą Aistės atliktą darbą A (bendrą vėrinukų skaičių).

$A = d_A \cdot t_A = 180 \cdot \frac{24}{60} = 72.$ II būdas Tėčio ir Aistės darbo našumų santykis: $\frac{d_T}{d_A} = \frac{4}{3};$ arba $\frac{d_T}{d_A} = \frac{240}{180} = \frac{4}{3}$ Tėčio darbo našumas $\frac{4}{3}$ karto didesnis už Aistės.		Sprendžiant II būdu – už teisingai apskaičiuotą tėčio ir Aistės darbo našumų santykį (kiek kartų tėčio našumas veriant vėrinukus didesnis už Aistės).
I būdas Tėčio darbas A turi būti lygus Aistės darbui A, nes planuotų vaisių vėrinukų skaičius nekinta: $A = 72$. Tėčio darbo našumas: $d_T = 4$ (vėr./min) arba $d_T = 4 \cdot 60 = 240$ (vėr./h). Tėčio darbo laikas: $t_T = \frac{A}{d_T} = 72 : 4 = 18 \text{ (min)}$ arba $t_T = \frac{A}{d_T} = 72 : 240 = 0,3 \text{ (h)}$ $0,3 \cdot 60 = 18 \text{ (min)}$ II būdas Tėčio darbas A turi būti lygus Aistės darbui A, nes planuotų vaisių vėrinukų skaičius nekinta: $A = 72$. Kadangi Aistės tėčio darbo našumas $\frac{4}{3}$ karto didesnis už Aistės, vadinasi, tam pačiam darbui A atlikti jis užtruks $\frac{4}{3}$ karto trumpiau. $t_T = t_A : \frac{4}{3} = 24 : \frac{4}{3} = 18 \text{ (min)};$ arba $t_T = t_A : \frac{4}{3} = \frac{24}{60} : \frac{4}{3} = 0,3 \text{ (h)};$ $0,3 \cdot 60 = 18 \text{ (min)}.$ Ats.: 18 minučių.	1	Už pademonstruotą suvokimą, kad tėčio darbas A turi būti lygus Aistės darbui A ir teisingai apskaičiuotą tėčio darbo laiką t_T.
Pastabos		
Svarbu, kad būtų suprasta, jog pasirinkti laiko matavimo vienetai labai reikšmingi uždavinio sprendimui. Pasirinkus laiką matuoti valandomis, sprendimo pabaigoje gali prireikti papildomų veiksmų, kad atsakymas būtų gautas minutėmis. Jei atsakyme parašoma 18, bet nenurodoma, kad tai minutės, įvertinimas nemažinamas.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Jei nusprendžiame pasinaudoti formule, tai A – visų sumuštinių skaičius, d – mamos ir tėčio dirbant kartu per minutę suteptamų sumuštinių skaičius, t – laikas minutėmis, per kurį mama ir tėtis dirbdami kartu suteps visus sumuštinis. Apskaičiuojame mamos našumą, t. y., kiek sumuštinių ji sutepa per 1 minutę: $d_M = \frac{60}{30} = 2$ (sumušt./min). Apskaičiuojame tėčio našumą, t. y., kiek sumuštinių jis sutepa per 1 minutę: $d_T = \frac{60}{20} = 3$ (sumušt./min). Apskaičiuojame bendrą mamos ir tėčio našumą dirbant kartu, t. y., kiek sumuštinių jie sutepa per 1 minutę: $d = d_M + d_T = 2 + 3 = 5$ (sumušt./min).	1	<i>Už pademonstruotą suvokimą, kad tai yra bendro darbo uždavinys, teisingai apskaičiuotą tėčio ir mamos našumą dirbant kartu. Jei našumai paprasčiausiai susumuojami, nesiremiant darbo formule ir niekaip kitaip papildomai to nepaaiškinant (pavyzdžiui, parašant $2 + 3 = 5$), taškas skiriamas.</i>
Bendras darbas, kiek sumuštinių reikia sutepti iš viso: $A = 45$. Apskaičiuojame laiką, kurio reikės visiems sumuštiniais sutepti, minutėmis: $t = \frac{A}{d} = \frac{45}{5} = 9$ (min). Ats.: 9 minutės	1	<i>Už pademonstruotą suvokimą, kad bendras darbas A lygus 45, ir teisingai apskaičiuotą bendro darbo laiką.</i>
Pastabos		
<i>Užduotį teisingai galima atlikti keliais skirtingais būdais. Abu taškai skiriami už užrašytus skaičiavimo veiksmus ir gautą teisingą atsakymą.</i> <i>Taškas už gautą atsakymą skiriamas ir tada, jei užrašant atsakymą nepažymima, kad skaičius 9 reiškia minutes.</i>		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Kokius formulėje naudojamus duomenis jau turite ir kokių trūksta?

2 užuomina. Turime visą darbą ($A = 90$ balionų) ir laiką, per kurį turi būti atliktas visas darbas ($t = 15$ min arba $t = 0,25$ h). Įsistatykite šiuos duomenis į pateiktą formulę ir apskaičiuokite darbo našumą. Atkreipkite dėmesį į pasirinktus laiko matavimo vienetų.

2 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite visą Aistės darbą A (t. y. visą vėrinukų skaičių).

2 užuomina. Tėčio darbas A lygus Aistės darbui A , nes planuotų vaisių vėrinukų skaičius abiem atvejais yra toks pat.

3 užuomina. Tėčio darbo laikas apskaičiuojamas dalijant Aistės darbą iš tėčio našumo. Atkreipkite dėmesį į pasirinktus laiko matavimo vienetų.

3 užduotis

1 užuomina. Tai bendro darbo uždavinys. Bendro darbo uždaviniuose vietoje kiekvieno darbuotojo individualaus darbo našumo naudojamas bendras visų darbuotojų našumas dirbant kartu per pasirinktą laiko vienetą.

2 užuomina. Bendras darbuotojų našumas apskaičiuojamas sudedant visų darbuotojų darbo našumus.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Modeliai ir sąryšiai	Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	3
3			Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

Kelionė namo ir judėjimo uždaviniai

Bendroji įvestis

Šviesų vasaros vakarą Ernesta grįžta namo po susitikimo su drauge ir stotelėje laukia autobuso. Ernestos laikrodis rodo 21 val. 40 min. Stotelėje pakabintame tvarkaraštyje parašyta, kad autobusas išvažiuos 21 val. 55 min. Kita autobuso stotelė yra šalia jos namų, už 2 km nuo stotelės, kurioje dabar laukia Ernesta. Mama liepė grįžti iki 22 val., todėl mergina svarsto, kokį sprendimą geriau priimti.

Užduotys

1 užduotis

Ar spės Ernesta grįžti namo iki sutarto laiko, jei autobusas važiuoja 60 km/h vidutiniu greičiu?

Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.

2 užduotis

Norėdama namo grįžti anksčiau, Ernesta svarsto nelaukti autobuso ir eiti namo pėsčiomis. Tarkime, kad Ernesta eina 4 km/h vidutiniu greičiu, o autobusas važiuoja lėčiau nei nurodyta 1 užduotyje, tik 40 km/h vidutiniu greičiu. Kuriuo būdu, eidama pėsčiomis ar važiuodama autobusu, Ernesta namus pasieks anksčiau?

Atsakymą pagrįskite skaičiavimais ir paaiškinkite.

3 užduotis

Ilgiau pasvarsčiusi Ernesta nusprendė, kad pajėgtų namo parbėgti. Mergina iš stotelės pajudėjo 21 val. 40 min., o į namus grįžo 21 val. 54 min. Bėgdama namo iš pradžių kilo į kalną, po to leidosi į pakalnę. Į kalnėn ji bėgo 8 km/h greičiu, o į pakalnę – 12 km/h. Apskaičiuokite, koks atstumas nuo stotelės, iš kurios pradėjo bėgti Ernesta, iki kalno viršūnės, jei visas maršruto ilgis 2 km.

Atsakymą pateikite kilometrais.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Sprendimui naudojame formulę: $s = v \cdot t,$ kurioje s žymi nuvažiuotą kelią, v – važiavimo greitis, o t – važiavimo laiką. Kelias $s = 2$ (km), $v = 60$ (km/h). Ieškome važiavimo laiko t: $t = \frac{s}{v} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30} \text{ (h)}$	1	Už teisingai apskaičiuotą kelionės autobusu trukmę.
Matavimo vienetus iš valandų paverčiame į minutes: $\frac{1}{30} \cdot 60 = 2 \text{ (min.)}$ Apskaičiuojame atvykimo laiką: $21 : 55 + 00 : 02 = 21 : 57$. Autobusas iš stotelės išvažiuos 21 val. 55 min., važiuos 2 minutes ir prie namų bus 21 val. 57 min. Vadinasi, Ernesta spės grįžti namo iki 22 valandos. Ats.: taip, spės.	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai apskaičiuotą autobuso atvykimo į stotelę prie namų laiką ir teisingą išvadą, kad mergina spės grįžti namo iki sutarto laiko).
Pastabos		
Jei parašyta tik „taip“ arba „spės“, bet nėra apskaičiuota, kada autobusas atvyks į stotelę prie namų, ir aiškiai atsakyta į sąlygoje užduotą klausimą – 1 taškas.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Apskaičiuojame, kada autobusas turėtų atvykti į stotelę prie namų. Sprendimui naudojame formulę: $s = v \cdot t,$ kurioje s žymi nuvažiuotą kelią, v – važiavimo greitis, o t – važiavimo laiką. Kelias $s = 2$ (km), $v = 40$ (km/h), ieškome važiavimo laiko t: $t = \frac{s}{v} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} \text{ (h)}$ Matavimo vienetus iš valandų paverčiame į minutes: $\frac{1}{20} \cdot 60 = 3 \text{ (min.)}$ Apskaičiuojame atvykimo laiką: $21 : 55 + 00 : 03 = 21 : 58$. Autobusas iš stotelės išvažiuos 21 val. 55 min., važiuos 3 minutes ir prie namų bus 21 val. 58 min.	1	Už teisingai apskaičiuotą autobuso atvykimo į stotelę prie namų laiką.

Apskaičiuojame, kada Ernesta pasiektų namus, jei iš stotelės pajudėtų 21 val. 40 min. ir eitų pėsčiomis 4 km/h greičiu. Kelias $s = 2$ (km), $v = 4$ (km/h), ieškome važiavimo laiko t: $t = \frac{s}{v} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ (h)}$ Matavimo vienetus iš valandų paverčiame į minutes: $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30 \text{ (min.)}$ Apskaičiuojame atvykimo laiką: $21 : 40 + 00 : 30 = 22 : 10.$ Ernesta iš stotelės išeis 21 val. 40 min., eis 30 minučių ir namuose bus 22 val. 10 min.	1	Už teisingai apskaičiuotą laiką, per kurį Ernesta grįžtų namo, jei eitų pėsčiomis.
Važiuodama autobusu Ernesta namo grįš 21 val. 58 min., o eidama pėsčiomis 22 val. 10 min. Vadinasi, Ernesta namo grįš anksčiau, jei važiuos autobusu. Ats.: važiuodama autobusu namus Ernesta pasieks anksčiau.	1	Už nurodytą teisingą išvadą, kad autobusu Ernesta namo grįš anksčiau.
Pastabos		
<i>Jei parašyta tik „autobusu Ernesta namus pasieks anksčiau“ (arba kitas panašus teiginys), bet nėra apskaičiuota ir parašyta, kada autobusas atvyks į stotelę prie namų ir kada Ernesta grįš namo eidama pėsčiomis, skiriamas 1 taškas.</i>		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Sprendimui naudojame formulę: $s = v \cdot t,$ kurioje s žymi nubėgtą kelią, v – bėgimo greitis, o t – bėgimo laiką. Bendras bėgimo laikas $t_B = \frac{14}{60}$ (h). Bendras bėgimo laikas t_B susideda iš laiko bėgant į kalną t_1 ir laiko bėgant į pakalnę t_2: $t_B = t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}.$ Greitis į kalną $v_1 = 8$ (km/h), o į pakalnę $v_2 = 12$ (km/h). Visas bėgimo atstumas $s_B = 2$ (km). Atstumą nuo pradinės stotelės iki kalno viršūnės s_1 pažymime x, tuomet atstumas nuo kalno viršūnės iki namų s_2 lygus $2 - x$. $t_B = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2};$ $\frac{14}{60} = \frac{x}{8} + \frac{2-x}{12}.$	1	Už sudarytą teisingą lygtį.
Gavome lygtį su vienu nežinomuju. Lygtį spręsti pradėdame nuo trupmenų bendravardiklinimo dešinėje lygties pusėje: $\frac{14}{60} = \frac{x \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{(2-x) \cdot 2}{12 \cdot 2};$	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai išspręstą lygtį, t. y. apskaičiuotą atstumą nuo pradinės stotelės iki kalno viršūnės).

$\frac{28}{5} = x + 4 \mid - 4 ;$ $x = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ (km)}$ Ats.: 1,6 km.		
---	--	--

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite kelionės autobusu trukmę.

2 užuomina. Kelionės autobusu trukmę apskaičiuojama kelionės atstumą padalijus iš autobuso greičio.

3 užuomina. Patikrinkite, gal apskaičiavote kelionės autobusu trukmę valandomis. Jei taip, valandas išreikškite minutėmis.

4 užuomina. Apskaičiuotas minutes pridėkite prie autobuso išvykimo iš pradinės stotelės laiko.

2 užduotis

1 užuomina. Palyginkite autobuso atvykimo į stotelę prie Ernestos namų laiką su laiku, per kurį mergina pasieks namus eidama pėsčiomis.

2 užuomina. Kelionės autobusu ar pėsčiomis trukmę apskaičiuojama kelionės atstumą padalijus iš judėjimo greičio.

3 užuomina. Atkreipkite dėmesį, ar pasirinkote tinkamą laiko matavimo vienetą.

3 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kokius judėjimo formulės duomenis jau turite, o kokių dar trūksta.

2 užuomina. Ernestos maršrutas namo susideda iš kelio, nubėgto į kalną ir į pakalnę. Duotas bendras maršruto ilgis $s_B = 2$ (km) ir bendras bėgimo laikas $t_B = \frac{14}{60}$ (h). Greitis į kalną $v_1 = 8$ (km/h), o į pakalnę $v_2 = 12$ (km/h). Trūksta bėgimo į kalną ir į pakalnę atstumo ir trukmės.

3 užuomina. Bendras bėgimo laikas t_B susideda iš laiko bėgant į kalną t_1 ir laiko bėgant į pakalnę t_2 ($t_B = t_1 + t_2$). Išreikškite t_1 ir t_2 per greitį ir atstumą.

4 užuomina. Gaunate išraišką:

$$t_B = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2},$$

įsistatykite turimus duomenis:

$$\frac{14}{60} = \frac{s_1}{8} + \frac{s_2}{12}.$$

Atkreipkite dėmesį, kad nežinote atstumo nuo pradinės stotelės iki kalno viršūnės s_1 ir atstumo nuo kalno viršūnės iki namų s_2 , bet žinote, kad bendras maršruto ilgis lygus 2 km. Pasižymėkite $s_1 = x$, tuomet $s_2 = 2 - x$. Išspręskite sudarytą lygtį.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Modeliai ir sąryšiai	Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	3
3			Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

Miškų išsaugojimas ir nelygybių sistemos su vienu nežinomuju

Bendroji įvestis

Zelana, Rovita ir Merina – trys šalys, kurios dalyvauja bendrame miškų išsaugojimo ir tvarumo projekte. Kiekvienoje šalyje taikomi skirtingi miškų valdymo planai, norint palaikyti miškų kirtimo ir atsodinimo pusiausvyrą. Kiekviena šalis laikosi šių taisyklių: miškų negalima iškirsti per daug, o iškirsti miško plotai turi būti kuo greičiau atsodinami.

Užduotys

1 užduotis

Zelanoje yra 100 hektarų miško. Kas mėnesį leidžiama iškirsti iki 3 hektarų ir atsodinamas 1 hektaras miško. Nuspręsta, kad kiekvieną mėnesį iškertamas miško plotas hektarais bus toks pat. Kokį didžiausią sveikąjį skaičių hektarų miško galima iškirsti per mėnesį, kad po 3 mėnesių Zelandos miško plotas liktų ne mažesnis kaip 95 hektarai? Sudarykite nelygybių sistemą ir išspręskite užduotį. Užrašykite sprendimą.

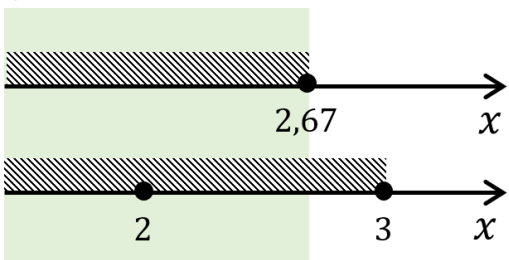
2 užduotis

Rovitoje yra 120 hektarų miško. Kas mėnesį leidžiama iškirsti ne daugiau kaip 6 hektarus miško. Nuspręsta, kad per mėnesį iškertamas miško plotas hektarais bus toks pat. Kiek hektarų miško gali būti iškirsta kiekvieną mėnesį, kad po 4 mėnesių Rovitos miško plotas liktų uždaramame intervale nuo 100 iki 110 hektarų? Nurodykite skaičių intervalą, kuriam turi priklausyti per mėnesį iškertamo miško plotas hektarais.

3 užduotis

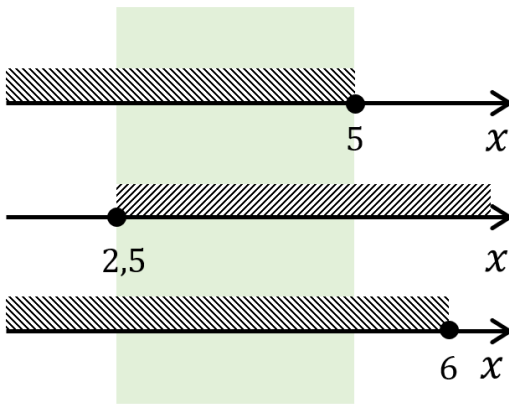
Merinoje yra 300 hektarų miško. Šalies vyriausybė nusprendė, kad bus leidžiama iškirsti ne mažiau kaip 12, bet ne daugiau kaip 17 hektarų miško per mėnesį. Iškertamo miško plotas kiekvieną mėnesį turi būti toks pat. Suplanuota, kad miško atsodinimo darbai priklausys nuo mėnesio – 1-ą ir 3-ią mėnesį bus atsodinta po 5 hektarus, o 2-ą ir 4-ą mėnesį – po 2 hektarus. Kiek miško gali būti iškirsta kiekvieną mėnesį, kad po 4 mėnesių Merinos miško plotas liktų intervale nuo 230 iki 260 hektarų? Užrašykite uždavinio sprendimą ir skaičių tiesėje pavaizduokite intervalą, kuriam turi priklausyti per mėnesį iškertamo miško plotas hektarais.

Vertinimo instrukcija

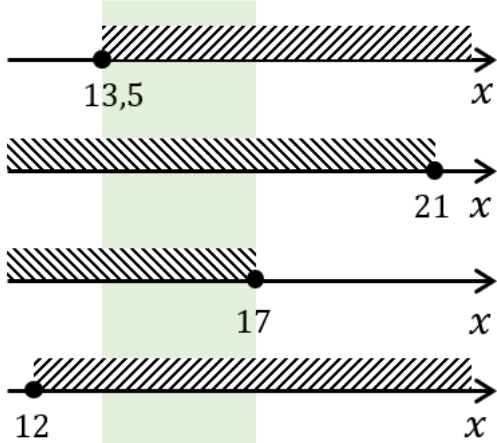
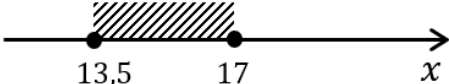
1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pirmoji nelygybė Per mėnesį iškertamo miško plotą pasižymėkime x. Pradinis miško plotas yra 100 hektarų. Kiekvieną mėnesį Zelanoje iškertama x hektarų ir atsodinamas 1 hektaras miško. Taigi po 3 mėnesių miško plotas bus: $100 - 3 \cdot x + 3 \cdot 1 = 103 - 3x$. Kad po 3 mėnesių miško plotas būtų ne mažesnis kaip 95 hektarai, sudarome tokią nelygybę: $103 - 3x \geq 95$. Antroji nelygybė Zelanoje leidžiama kirsti iki 3 hektarų miško per mėnesį. Sudarome antrąją nelygybę: $x \leq 3$. Nelygybių sistema Abi nelygybes sujungiame į nelygybių sistemą: $\begin{cases} 103 - 3x \geq 95 \\ x \leq 3. \end{cases}$	1	Už sudarytą teisingą nelygybių sistemą.
Remkimes skaitinių nelygybių savybėmis ir pertvarkykime sistemos nelygybes: $\begin{cases} 103 - 3x \geq 95 & - 103 \\ x \leq 3; \\ 103 - 3x \geq 95 & : (-3) \\ x \leq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq \frac{8}{3} \approx 2,67 \\ x \leq 3. \end{cases}$ Pavaizduokime abiejų nelygybių sprendinius skaičių tiesėje ir raskime bendrusios sprendinius:  Didžiausias bendras sveikasis sprendinys yra 2 hektarai per mėnesį.	1	Už teisingai išspręstą nelygybių sistemą ir parinktą didžiausią sveikąjį sprendinį.

Ats.: 2 hektarus.		
Pastabos		
1 pastaba. Taškas už teisingai parinktą bendrą sveikąjį sprendinį skiriamas ir tada, jei atsakyme nepamiršoma, kad skaičius 2 reiškia hektarus.		
2 pastaba. Jei uždavinys išsprendžiamas kitu būdu, neužrašant nelygybių sistemos, gali būti skiriami 2 taškai: 1 taškas už pasirinktą teisingą sprendimo būdą ir 1 taškas už teisingą atsakymą. Pvz., galima išbandyti 3 kas mėnesį kertamo miško ploto variantus (sveikuosius skaičius): 1, 2 ir 3. Jei tokiu būdu gaunamas teisingas atsakymas, skiriami 2 taškai.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
<i>Pirmoji nelygybė</i> Per mėnesį iškertamo miško plotą pasižymėkime x. Pradinis miško plotas yra 120 hektarų. Po 4 mėnesių miško plotas bus: $120 - 4x$. Kad po 4 mėnesių miško plotas liktų nuo 100 iki 110 hektarų, sudarome dvigubą nelygybę: $100 \leq 120 - 4x \leq 110$. Šią dvigubą nelygybę galima užrašyti nelygybių sistema: $\begin{cases} 120 - 4x \geq 100 \\ 120 - 4x \leq 110. \end{cases}$ <i>Antroji nelygybė</i> Rovitoje leidžiama kirsti iki 6 hektarų miško per mėnesį. Sudarome antrąją nelygybę: $x \leq 6$. <i>Nelygybių sistema</i> Visas tris nelygybes sujungiame į nelygybių sistemą: $\begin{cases} 120 - 4x \geq 100 \\ 120 - 4x \leq 110 \\ x \leq 6. \end{cases}$	1	Už sudarytą teisingą nelygybių sistemą.
<i>Remkimės skaitinių nelygybių savybėmis ir pertvarkykime sistemos nelygybes:</i> $\begin{cases} 120 - 4x \geq 100 & -120 \\ 120 - 4x \leq 110 & -120. \\ x \leq 6; \end{cases}$ $\begin{cases} -4x \geq -20 & :(-4) \\ -4x \leq -10 & :(-4) \\ x \leq 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 2,5 \\ x \leq 6. \end{cases}$ <i>Pavaizduokime nelygybių sprendinius skaičių tiesėje ir raskime bendruosius sprendinius (šis žingsnis nebūtinai):</i>	1	Už teisingai išspręstą nelygybių sistemą ir intervalu užrašytus sprendinius.

 Iš paveikslo matome, kad: $x \in [2,5; 5]$. Ats.: $x \in [2,5; 5]$		
Pastabos		
Taškai už teisingai sudarytą ir išspręstą nelygybių sistemą skiriami ir tada, jei dviguba nelygybė nėra išskaidyta į dviejų nelygybių sistemą (galutinė nelygybių sistema sudaryta iš dvigubos nelygybės ir nelygybės), arba jei dviguba nelygybė iš viso praleista ir vietoje jos iškart užrašyta nelygybių sistema.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pirmoji nelygybė Per mėnesį iškertamo miško plotą pasižymėkime x. Pradinis miško plotas yra 300 hektarų. Miško atsodinama atsižvelgiant į mėnesį: • 1-ą ir 3-ią mėnesį po 5 hektarus, • 2-ą ir 4-ą mėnesį po 2 hektarus. Po 4 mėnesių miško plotas bus: $300 - 4x + (5 + 2 + 5 + 2) = 314 - 4x$. Kad po 4 mėnesių miško plotas būtų nuo 230 iki 260 hektarų, sudarome dvigubą nelygybę: $230 \leq 314 - 4x \leq 260$. Šią dvigubą nelygybę galima užrašyti nelygybių sistema: $\begin{cases} 314 - 4x \leq 260 \\ 314 - 4x \geq 230. \end{cases}$ Antroji nelygybė Merinoje leidžiama kirsti nuo 12 iki 17 hektarų miško per mėnesį. Sudarome antrąją dvigubą nelygybę: $12 \leq x \leq 17$. Šią dvigubą nelygybę galima užrašyti nelygybių sistema:	1	Už sudarytą teisingą nelygybių sistemą.

$\begin{cases} x \leq 17 \\ x \geq 12. \end{cases}$ Nelygybių sistema Visas keturias nelygybes sujungiame į nelygybių sistemą: $\begin{cases} 314 - 4x \leq 260 \\ 314 - 4x \geq 230 \\ x \leq 17 \\ x \geq 12. \end{cases}$		
Remkimes skaitinių nelygybių savybėmis ir pertvarkykime sistemos nelygybes: $\begin{cases} 314 - 4x \leq 260 & - 314 \\ 314 - 4x \geq 230 & - 314 \\ x \leq 17 \\ x \geq 12. \end{cases}$ $\begin{cases} -4x \leq -54 & : (-4) \\ -4x \geq -84 & : (-4) \\ x \leq 17 \\ x \geq 12. \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 13,5 \\ x \leq 21 \\ x \leq 17 \\ x \geq 12. \end{cases}$  Pavaizduokime nelygybių sprendinius skaičių tiesėje ir raskime bendruosius sprendinius:  Ats.: $13,5 \leq x \leq 17$	1	Už teisingai išspręstą nelygybių sistemą ir skaičių tiesėje pavaizduotus sprendinius.

Pastabos

Taškai už teisingai sudarytą ir išspręstą nelygybių sistemą skiriami ir tada, jei dvigubos nelygybės nėra išskaidytos į dvių nelygybių sistemas (galutinė nelygybių sistema sudaryta iš dvių dvigubų nelygybių), arba jei dvigubos nelygybės iš viso praleistos ir vietoje jų iškart užrašytos nelygybių sistemos.

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Pradinis miško plotas yra 100 hektarų. Kiekvieną mėnesį iškertamo miško plotą patogų pasižymėti x . Kiekvieną mėnesį atsodinamas 1 hektaras miško. Užrašykite išraišką, kaip apskaičiuoti bendrą miško plotą po 3 mėnesių kirtimo ir atsodinimo darbų.

2 užuomina. Po 3 mėnesių miško plotas turi būti ne mažesnis kaip 95 hektarai. Panaudokite pirmoje užuominoje gautą išraišką ir sudarykite nelygybę, kuri parodytų, kad miško plotas po 3 mėnesių turi būti bent 95 hektarai.

3 užuomina. Dabar sudarykite antrą nelygybę pagal sąlygą, kad kiekvieną mėnesį leidžiama iškirsti ne daugiau kaip 3 hektarus miško. Naudokite šią nelygybę, kad apribotumėte x .

4 užuomina. Sujunkite abi nelygybes į vieną nelygybių sistemą ir raskite didžiausią sveikąjį sprendinį, kuris tenkintų abi nelygybes.

2 užduotis

1 užuomina. Pradinis miško plotas yra 120 hektarų. Kiekvieną mėnesį iškertamo miško plotą patogų pasižymėti x . Užrašykite išraišką, kaip apskaičiuoti bendrą miško plotą po 4 mėnesių kirtimo darbų.

2 užuomina. Po 4 mėnesių miško plotas turi būti nuo 100 iki 110 hektarų. Panaudokite pirmoje užuominoje gautą išraišką ir sudarykite dvigubą nelygybę, kuri parodytų, kad miško plotas po 4 mėnesių yra šiame intervale.

3 užuomina. Dabar sudarykite nelygybę pagal sąlygą, kad kiekvieną mėnesį leidžiama iškirsti ne daugiau kaip 6 hektarus miško. Naudokite šią nelygybę x reikšmei apriboti.

4 užuomina. Sujunkite nelygybes į vieną nelygybių sistemą ir intervale suraskite x reikšmės sprendinius.

3 užduotis

1 užuomina. Pradinis miško plotas yra 300 hektarų. Kiekvieną mėnesį iškertamo miško plotą patogų pasižymėti x , nes kiekvieną mėnesį iškertama tiek pat miško. Užrašykite išraišką, kaip apskaičiuoti bendrą miško plotą po 4 mėnesių. Atminkite, kad 1-ą ir 3-ią mėnesį bus atsodinta po 5 hektarus, o 2-ą ir 4-ą mėnesį – po 2 hektarus.

2 užuomina. Po 4 mėnesių miško plotas turi būti nuo 230 iki 260 hektarų. Panaudokite pirmoje užuominoje gautą išraišką ir sudarykite dvigubą nelygybę, kuri parodytų, kad miško plotas po 4 mėnesių kirtimo ir atsodinimo darbų turi būti šiame intervale.

3 užuomina. Pagal sąlygą leidžiama kirsti nuo 12 iki 17 hektarų miško per mėnesį. Užrašykite šią sąlygą kaip dvigubą nelygybę, kuri apibrėžia x .

4 užuomina. Sujunkite nelygybes į vieną nelygybių sistemą ir sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Modeliai ir sąryšiai	Algebra – Nelygybės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
2			Algebra – Nelygybės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2
3			Algebra – Nelygybės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2

Uždavinių sprendimas sudarant lygtis

Bendroji įvestis

Tekstinius uždavinius patogiau spręsti, kai yra sudaroma lygtis. Perskaičius uždavinį nežinomą dydį reikia pažymėti kokia nors raide (pvz., x) ir pagal sąlygą sudaryti lygtį. Tada lieka tik ją išspręsti ir patikrinti, ar atsakymas tinka.

Panagrinėkime kelis pavyzdžius:

- 1) Andrius turėjo 10 eurų. Senelė jam davė pinigų ir dabar Andrius turi 25 eurus. Kiek pinigų jam davė senelė?

Nežinomas dydis yra senelės duoti pinigai, todėl pažymėkime, kad x – pinigai, kuriuos senelė davė Andriui.

Senelei davus pinigų, Andrius turi $10 + x$ eurų, o pagal sąlygą tai atitinka 25 eurus, todėl sprendžiame lygtį:

$$10 + x = 25$$

$$x = 25 - 10$$

$$x = 15 \text{ (Eur)}$$

Kaip patikrinti, ar tinka šis atsakymas? Grįžtame prie pradinės sąlygos: Andrius turėjo 10 eurų. Senelė jam davė pinigų (15 eurų) ir dabar Andrius turi 25 eurus. Matome, kad lygybė $10 + 15 = 25$ (Eur) yra teisinga, vadinasi, uždavinys išspręstas teisingai!

- 2) Urtė ir Smiltė krepšinio varžybose kartu pelnė 34 taškus. Smiltė surinko 4 taškais daugiau už Urtę. Kiek taškų pelnė Urtė?

Šiame uždavinyje yra du nežinomieji – Urtės surinktų taškų skaičius ir Smiltės taškų skaičius, tačiau yra ir dvi sąlygos. Vieną jų panaudosime tam, kad nereikėtų įsivesti dviejų nežinomųjų. Sakykime, kad x – Urtės taškų skaičius. Kadangi Smiltė pelnė 4 taškais daugiau už Urtę, galime pažymėti, kad Smiltės taškų skaičius yra $x + 4$. Kartu jos surinko 34 taškus, todėl sudarome lygtį:

$$x + (x + 4) = 34$$

$$2x + 4 = 34$$

$$2x = 30$$

$$x = 15 \text{ (tašk.)}$$

Pasitikrinkime: Urtė pelnė 15 taškų, Smiltė – 4 taškais daugiau, taigi $15 + 4 = 19$ taškų.

Lygybė $19 + 15 = 34$ teisinga, vadinasi, uždavinys išspręstas teisingai!

Užduotys

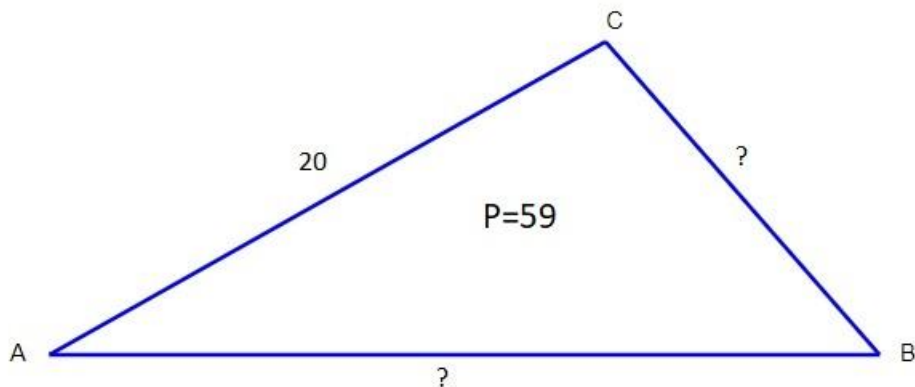
1 užduotis

Akvilė sugalvojo skaičių. Jį padaugino iš 5. Tada pridėjo 7 ir gavo 67. Koks buvo pradinis skaičius?

2 užduotis

Trikampio ilgiausia kraštinė dvigubai ilgesnė už trumpiausią, dar kitos kraštinės ilgis yra 20.

Apskaičiuokite, koks ilgiausios kraštinės ilgis, jeigu šio trikampio perimetras yra 59.



3 užduotis

2023 metų spalio 14 dieną Vilniuje dienos trukmė buvo 2 val. 48 min. trumpesnė už nakties trukmę. Kiek laiko tą parą truko naktis?

4 užduotis

Parduotuvėje kilogramas šokoladinių saldainių kainuoja 2 eurai brangiau nei kilogramas karamelinių saldainių. Jonas nusipirko 3 kilogramus šokoladinių saldainių ir 4 kilogramus karamelinių saldainių ir pastebėjo, kad už šokoladinius saldainius sumokėjo tiek pat, kiek už karamelinius. Kiek kainuoja kilogramas šokoladinių saldainių?

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
Sakykime, kad x – Akvilės sugalvotas skaičius. Padauginame jį iš 5 ir gauname $5x$. Tada pridėdame 7 ir gauname $5x + 7$, pagal sąlygą šis reiškinyje lygus 67, vadinasi, $5x + 7 = 67$.	1	Už sudarytą teisingą lygtį.
$5x + 7 = 67 \mid - 7$ $5x = 60 \mid : 5$ $x = 12$ Pasitikrinkime: sugalvotą skaičių padauginame iš 5 ir pridėkime 7, $5 \cdot 12 + 7 = 67$, atsakymas tinka. Ats.: Akvilės sugalvotas skaičius yra 12.	1	Už teisingai išspręstą lygtį.
Pastabos		
Pradinė lygtis gali būti ir kitokia, bet turi atitikti duotąją, pvz.: $5x = 60$. Galima spręsti ir be lygties – sudaryti reiškinį, naudojantis atvirkštiniais veiksmais: sugalvotas skaičius yra $(67 - 7) : 5 = 12$.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Sakykime, kad x – trumpiausios trikampio kraštinės ilgis. Tada dvigubai ilgesnė kraštinė bus $2x$. Pagal duotą perimetrą sudarome lygtį: $x + 20 + 2x = 59$.	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
$x + 20 + 2x = 59$ $3x + 20 = 59 \mid - 20$ $3x = 39 \mid : 3$ $x = 13$ Ilgiausios kraštinės ilgis bus $2 \cdot x = 2 \cdot 13 = 26$. Pasitikrinkime pagal perimetro sąlygą: $13 + 20 + 26 = 59$, atsakymas tinka. Ats.: 26	1	Už teisingai išspręstą lygtį.
Pastabos		
Raide galima pažymėti ir kitą nežinomą dydį, pvz., ilgiausią trikampio kraštinę. Sakykime, kad x – ilgiausia trikampio kraštinė, tada trumpiausia bus $x : 2$. Pagal duotą perimetrą lygtis turėtų būti tokia: $x : 2 + 20 + x = 59$. Lygtį, kurioje nežinomas dalinamas iš skaičiaus, septintoje klasėje yra dar sudėtinga išspręsti.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	

Visų pirma 48 minutes paverskime į valandas, t. y., $\frac{48}{60} = \frac{4}{5}$ valandos. Vadinasi, 2 val. 48 min. = $2\frac{4}{5} = 2,8$ (val).	1	Už teisingai paverstas 2 val. 48 min. į valandas (mišriąja arba dešimtaine trupmena).
Pažymėkime, kad x – nakties trukmė valandomis. Diena truko 2 val. 48 min. trumpiau, tad dienos trukmė bus $x - 2\frac{4}{5} = x - 2,8$. Diena ir naktis sudaro parą (24 val.), todėl sudarome tokią lygtį: $x + x - 2,8 = 24.$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
$x + x - 2,8 = 24$ $2x - 2,8 = 24 \quad + 2,8$ $2x = 26,8 \quad : 2$ $x = 13,4 \text{ val.} = 13 \text{ val. } 24 \text{ min.}$ Pasitikrinkime: diena truko 2 val. 48 min. trumpiau, atimkime stulpeliu ir gausime dienos trukmę – 10 val. 36 min. Dienos ir nakties trukmė turėtų susidėti į parą: $13 \text{ val. } 24 \text{ min.} + 10 \text{ val. } 36 \text{ min.} = 24 \text{ val.}$ Atsakymas tinka. Ats.: 13 val. 24 min.	1	Už teisingai išspręstą lygtį.
Pastabos		
Raide galima pažymėti ir kitą dydį, pvz., dienos trukmę, tada lygtis bus kitokia, bet tokio pat sudėtingumo.		
Nakties ir dienos trukmės skirtumo galima ir neversti dešimtaine trupmena. Galima viską paversti vieniniais matiniais skaičiais ir išreikšti per minutes arba galima veiksmus atlikti su sudėtiniais matiniais skaičiais. Jei lygtis sudaroma ir išsprendžiama teisingai, skiriami 3 taškai.		

4 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Sakykime, kad x – šokoladinių saldainių kilogramo kaina eurai. Tada karamelinų saldainių kilogramo kaina bus $x - 2$ (Eur).	1	Už teisingai viena raide išreikštus du nežinomuosius.
Už 3 kilogramus šokoladinių saldainių reikės sumokėti $3x$ (Eur), o už 4 kilogramus karamelinų – $4(x - 2)$ (Eur). Kadangi tos kainos sutampa, sudarome tokią lygtį: $3x = 4(x - 2).$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
$3x = 4(x - 2)$ $3x = 4x - 8 \quad - 4x$ $-x = -8 \quad \cdot (-1)$ $x = 8 \text{ (Eur)}$ Pasitikrinkime: 3 kilogramai šokoladinių saldainių kainuos $3 \cdot 8 = 24$ (Eur), karamelinų saldainių kilogramo kaina bus $x - 2 = 8 - 2 = 6$ (Eur), o 4 kilogramai kainuos $4 \cdot 6 = 24$ (Eur). Kainos iš tiesų sutampa, atsakymas tinka.	1	Už teisingai išspręstą lygtį.
Pastabos		
Raide galime pažymėti ir kitą dydį, pvz., karamelinų saldainių kilogramo kainą, tada lygtis bus kitokia, bet tokio pat sudėtingumo.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Pažymėkite, kad x – Akvilės sugalvotas skaičius. Padidinkite jį 5 kartus ir gausite $5 \cdot x = 5x$.

2 užuomina. Dar pridėkite 7 ir gausite $5x + 7$.

3 užuomina. Atlikusi šiuos veiksmus su sugalvotu skaičiumi Akvilė gavo 67, todėl turite spręsti tokią lygtį: $5x + 7 = 67$.

2 užduotis

1 užuomina. Pažymėkite, kad x – trumpiausios kraštinės ilgis. Kadangi ilgiausia kraštinė dvigubai ilgesnė, jos ilgis bus $2 \cdot x = 2x$.

2 užuomina. Perimetras bus lygus $x + 20 + 2x = 3x + 20$.

3 užuomina. Pagal sąlygą perimetras yra 59, todėl turite sudaryti tokią lygtį: $3x + 20 = 59$.

3 užduotis

1 užuomina. Visų pirma duotąjį laiką reikia paversti į valandas: $48 \text{ min.} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ val.}$ Vadinasi, 2 val. 48 min. = 2,8 val.

2 užuomina. Pažymėkite, kad x – nakties trukmė valandomis. Kadangi diena yra 2 val. 48 min. trumpesnė, dienos trukmė bus $x - 2,8 \text{ val.}$

3 užuomina. Dienos ir nakties trukmė turi susidėti į parą, todėl reikia sudaryti tokią lygtį: $x + x - 2,8 = 24$.

4 užduotis

1 užuomina. Pažymėkite, kad x – kilogramo šokoladinių saldainių kaina eurai, tada pagal sąlygą kilogramas karamelinių saldainių kainuos $x - 2$ (Eur).

2 užuomina. 3 kilogramai šokoladinių saldainių kainuos $3x$ (Eur).

3 užuomina. 4 kilogramai karamelinių saldainių kainuos $4(x - 2)$ (Eur).

4 užuomina. Kainos sutampa, tad galite sudaryti ir spręsti lygtį $3x = 4(x - 2)$.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7	Modeliai ir sąryšiai	Algebra.	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2
2			Algebra.	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2
3			Algebra.	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	3
4			Algebra.	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	3

7 KLASĖ, GEOMETRIJA IR MATAVIMAI

Trikampių ir keturkampių kampų sumos

Bendroji įvestis

Trikampio vidaus kampų suma visada yra 180 laipsnių, o keturkampio vidaus kampų suma visada yra 360 laipsnių. Pasinaudokite šiais esminiais euklidinės geometrijos dėsningumais, kitomis trikampių bei keturkampių savybėmis ir atlikite keletą užduočių.

Užduotys

1 užduotis

Stačiojo trikampio vieno kampo dydis yra 55° . Koks yra šio trikampio mažiausiojo kampo dydis? Užrašykite skaičiavimus ir pateikite atsakymą.

2 užduotis

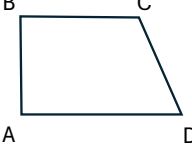
Dviejų trapecijos kampų dydžiai yra 90° ir 46° . Koks yra trapecijos didžiausiojo kampo dydis? Užrašykite sprendimą ir argumentuokite.

3 užduotis

Dviejų trikampių – bukojo ir smailiojo – keturių kampų dydžiai yra 120° , 75° , 65° ir 10° . Koks smailiojo trikampio mažiausiojo kampo dydis? Užrašykite sprendimą ir argumentuokite.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
Žinome, kad trikampis statusis, taigi žinome ne vieno, bet dviejų jo kampų dydžius: 90° ir 55°. Apskaičiuojame trečiojo trikampio kampo dydį: $180^\circ - 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ.$ Ats.: 35°	1	Už gautą teisingą atsakymą.

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Turime stačiąją trapeciją:  Iš lygiagrečių tiesių savybių seka, kad trapecijos vidaus kampų prie šoninės kraštinės suma yra 180°. Iš čia seka, kad prie tos šoninės kraštinės, prie kurios yra 90° kampas, kitas trapecijos kampas lygus $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, t. y. statusis.	1	Už teisingą įžvalgą, kad du nagrinėjamos trapecijos vidaus kampai yra statieji. Šią įžvalgą galima parodyti įvairiais būdais. Užtenka, kad iš sprendimo būtų aišku, jog žinomi trijų trapecijos kampų dydžiai: 90° , 90° , 46° .
Mes jau žinome trijų trapecijos kampų dydžius. Jie yra lygūs: 90°, 90° ir 46°. Kadangi trapecija yra keturkampis, tai jos vidaus kampų suma lygi 360°. Remiamės šiuo faktu ir apskaičiuojame ketvirtojo trapecijos kampo dydį: $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 46^\circ = 134^\circ$	1	Už teisingą ketvirtojo trapecijos kampo dydžio apskaičiavimą.
Palyginę trapecijos kampų dydžius tarpusavyje, prieiname prie išvados, kad didžiausio trapecijos kampo dydis yra 134°. Ats.: 134°	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastabos		
Jei uždavinys išspręstas kitaip, tai: 1 taškas skiriamas už pasirinktą teisingą strategiją pasinaudoti trapecijos kampų savybėmis; 1 taškas skiriamas už teisingai nurodytus visų trapecijos kampų dydžius; 1 taškas skiriamas už gautą teisingą atsakymą.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Iš bukojo trikampio apibrėžimo seka, kad 120° kampas tikrai priklauso bukajam trikampiui. Kadangi trikampio kampų suma visada lygi 180°, tai bukajam trikampiui tikrai negali priklausyti 75° ir 65° dydžio kampai, nes $120^\circ + 75^\circ = 195^\circ > 180^\circ$ ir $120^\circ + 65^\circ = 185^\circ > 180^\circ$. Išvada: 75° ir 65° dydžio kampai yra smailiojo trikampio kampai.	1	Už argumentuotą 75° kampo priskyrimą smiliajam trikampiui.
	1	Už argumentuotą 65° kampo priskyrimą smiliajam trikampiui.
Apskaičiuojame trečiąjį smailiojo trikampio kampą: $180^\circ - 75^\circ - 65^\circ = 40^\circ.$ Dabar žinome, kad smailiojo trikampio kampų dydžiai yra: 75°, 65° ir 40°. Palyginę smailiojo trikampio kampų dydžius, gauname, kad mažiausio kampo dydis yra 40°. Ats.: 40°.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Pasinaudokite tuo, kad trikampis statusis, t. y. žinomi dviejų trikampio kampų dydžiai: 90° ir 55° .

2 užuomina. Pasinaudokite tuo, kad trikampio kampų suma yra 180° ir dviejų kampų dydžius jau žinome.

2 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite, kad trapecijos pagrindai yra lygiagretūs, todėl iš lygiagrečių tiesių savybių seka, kad trapecijos vidaus kampų prie šoninės kraštinės suma yra 180° .

2 užuomina. Pastebėkite, jog iš stačiosios trapecijos apibrėžimo seka, kad prie vienos iš šoninių kraštinių abu trapecijos vidaus kampai yra statieji.

3 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad nežinomą ketvirtojo trapecijos kampo dydį galima apskaičiuoti iš 360° atėmus tris žinomus kampų dydžius.

3 užduotis

1 užuomina. Pagalvokite, kuriame iš trikampių – bukajame ar smailiajame – gali būti 120° dydžio kampas.

2 užuomina. Pagalvokite, kodėl 120° ir 75° dydžio kampai negali priklausyti tam pačiam trikampiui.

3 užuomina. Pagalvokite, kodėl 75° ir 65° dydžio kampai abu priklauso smiliajam trikampiui.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 kl.	Geometrija ir matavimai	Plokščiosios figūros	Matematinis komunikavimas	Matematinis komunikavimas	AMG	Patenkinamas	1 t.
2			Plokščiosios figūros	Loginis mąstymas ir įrodymai	Gilus supratimas ir argumentavimas	AMG	Pagrindinis	3 t.
3			Plokščiosios figūros	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	3 t.

Žaidimų aikštelės

Bendroji įvestis

Laimėnų miesto savivaldybė nusprendė atnaujinti senas vaikų žaidimų aikšteles. Vaikų žaidimų aikštelė – ne tik mėgstama mažųjų pramoga, bet ir erdvė aplinkai pažinti, asmenybei ugdyti, vieta, kurioje susitinka vaikai ir jų tėveliai. Savivaldybė nori, kad atnaujintos aikštelės atitiktų naujausius saugumo standartus, būtų reprezentatyvios ir šiuolaikiškos. Todėl planuojama atlikti šiuos darbus: pakeisti dangą, atnaujinti įrangą, aptverti aikšteles.

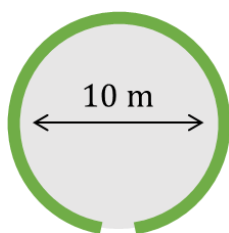
Aikštelėse ketinama įrengti gumos granulių dangą. Tai yra lanksti, amortizuojanti ir oro sąlygoms atspari danga, gaminama iš perdirbtų guminių padangų.

Aikštelės, kurios nuo gatvės važiuojamosios dalies yra arčiau nei 20 m, bus aptvertos tvora arba gyvatvore.

Užduotys

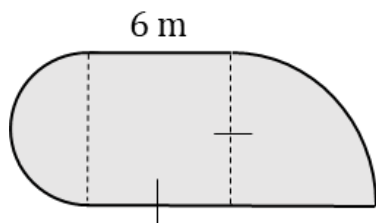
1 užduotis

Pirma atnaujinama aikštelė yra skritulio formos, jos skersmuo 10 metrų. Aikštelė bus aptverta krūmų (blizgančiųjų kaulenių) gyvatvore ir paliktas 1,4 metro pločio tarpas įeiti. Kiek krūmų sodinukų reikės, jei 1 metrui gyvatvorės reikia 4 sodinukų? Vietoje π naudokite 3,14.



2 užduotis

Antros atnaujinamos žaidimų aikštelės danga bus keičiama į gumos granulių dangą. Aikštelė yra sudaryta iš 3 dalių – pusės skritulio, kvadrato ir ketvirčio skritulio. Aikštelės kvadratinės dalies kraštinės ilgis yra 6 m. Aikštelės planas atrodo taip:



Kokio ploto gumos granulių dangos reikės, kad ja būtų padengta visa aikštelė? Apskaičiuokite šios aikštelės plotą kvadratiniais metrais. Atsakymą pateikite su π .

3 užduotis

Trečia aikštelė yra skritulio formos. Savivaldybė planuoja jos formą išlaikyti tokią pat, tik padidinti plotą. Kiek kartų reikia padidinti senosios aikštelės skersmenį, kad jos plotas padidėtų 3,24 karto?

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Aikštelės ilgis apskaičiuojamas pagal formulę: $C = 2\pi r$. Apskritimo spindulys apskaičiuojamas skersmenį dalijant per pusę: $r = \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (m)}$. Aikštelės ilgis: $C = 2\pi \cdot 5 = 10\pi \approx 10 \cdot 3,14 \approx 31,4 \text{ (m)}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą aikštelės ilgį (neatėmus 1,4 m tarpo).
Gyvatvorės ilgį galima apskaičiuoti iš aikštelės ilgio atėmus jėjimo plotį: $31,4 - 1,4 \approx 30 \text{ (m)}$. Apskaičiuojame reikalingą krūmų sodinukų skaičių: $30 : 0,25 = 120 \text{ (sod)}$. Ats.: reikės 120 krūmų sodinukų.	1	Už teisingai apskaičiuotą reikalingą krūmų sodinukų skaičių.

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Aikštelė sudaryta iš 3 dalių: 1) kvadrato, kurio kraštinės ilgis 6 m, 2) pusės skritulio, kurio skersmuo 6 m, 3) ketvirtadalio skritulio, kurio spindulys 6 m.	1	Už teisingai nurodytus aikštelės dalių matmenis.
Apskaičiuojame kvadrato plotą: $S_1 = a^2 = 6^2 = 36 \text{ (m}^2\text{)}$. Apskaičiuojame pusskritulio plotą. Apskaičiuojame apskritimo spindulį: $r_2 = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (m)}$. Apskaičiuojame viso skritulio plotą: $S_2 = \pi r_2^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ (m}^2\text{)}$. Aikštelę sudaro tik pusė šio skritulio: $\frac{S_2}{2} = \frac{9\pi}{2} = 4,5\pi \text{ (m}^2\text{)}$. Apskaičiuojame skritulio ketvirtadalio plotą. Pradedame nuo viso skritulio ploto: $S_3 = \pi r_3^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \text{ (m}^2\text{)}$.	1	Už teisingai apskaičiuotus atskirų aikštelės dalių (figūrų) plotus.

Aikštelę sudaro tik ketvirtadalis šio skritulio: $\frac{S_3}{4} = \frac{36\pi}{4} = 9\pi \text{ (m}^2\text{)}.$		
Visos aikštelės plotas: $S_1 + \frac{S_2}{2} + \frac{S_3}{4} = 36 + 4,5\pi + 9\pi =$ $= 13,5\pi + 36 \text{ (m}^2\text{)}.$ Ats.: $13,5\pi + 36 \text{ (m}^2\text{)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą bendrą aikštelės plotą.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą bendrą aikštelės plotą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius $13,5\pi + 36$ reiškia kvadratinis metrus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Senos aikštelės plotą pasižymime S_1. Naujos aikštelės plotą pasižymime S_2. Žinome, kad naujos aikštelės plotas turi būti 3,24 karto didesnis už senos, todėl galime užrašyti: $S_2 = S_1 \cdot 3,24$; arba $\frac{S_2}{S_1} = 3,24$. Skritulio formos aikštelės plotas skaičiuojamas pagal formulę: $S = \pi r^2$, todėl galime užrašyti: $\frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = 3,24$.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
I būdas Žinome, kad: $r = \frac{d}{2}$, todėl galime užrašyti: $\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 3,24$; $\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2$ $\pi \frac{d_2^2}{4} = 3,24$; $\pi \frac{d_1^2}{4}$ $\frac{d_2^2}{d_1^2} = 3,24$; $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 3,24$. Sprendžiame nepilnąją kvadratinę lygtį: $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 - 3,24 = 0$;	1	Už teisingai apskaičiuotą naujos ir senos aikštelių skersmenų santykį ir padarytą teisingą išvadą, kad naujos aikštelės skersmuo turi būti 1,8 karto didesnis už senos aikštelės skersmenį.

$\left(\frac{d_2}{d_1} - 1,8\right)\left(\frac{d_2}{d_1} + 1,8\right) = 0;$ $\left(\frac{d_2}{d_1} - 1,8\right) = 0 \text{ arba } \left(\frac{d_2}{d_1} + 1,8\right) = 0;$ $\frac{d_2}{d_1} = 1,8 \text{ arba } \frac{d_2}{d_1} = -1,8;$ d_1 ir d_2 yra skersmenų ilgiai, jie negali būti neigiami, taip pat jų santykis negali būti neigiamas, todėl tinka tik sprendinys: $\frac{d_2}{d_1} = 1,8;$ $d_2 = 1,8d_1.$ <i>II būdas</i> $\frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = 3,24;$ $\frac{r_2^2}{r_1^2} = 3,24;$ $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 3,24.$ Sprendžiame nepilnąją kvadratinę lygtį: $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 3,24 = 0;$ $\left(\frac{r_2}{r_1} - 1,8\right)\left(\frac{r_2}{r_1} + 1,8\right) = 0;$ $\left(\frac{r_2}{r_1} - 1,8\right) = 0 \text{ arba } \left(\frac{r_2}{r_1} + 1,8\right) = 0;$ $\frac{r_2}{r_1} = 1,8 \text{ arba } \frac{r_2}{r_1} = -1,8;$ r_1 ir r_2 yra spindulių ilgiai, jie negali būti neigiami, taip pat jų santykis negali būti neigiamas, todėl tinka tik sprendinys: $\frac{r_2}{r_1} = 1,8.$ Žinome, kad: $r = \frac{d}{2}$, todėl galime užrašyti: $\frac{\frac{d_2}{2}}{\frac{d_1}{2}} = 1,8;$ $\frac{d_2}{d_1} = 1,8;$ $d_2 = 1,8d_1.$ Ats.: 1,8 karto.		
--	--	--

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Aikštelė skritulio formos. Apskritimo ilgis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$C = 2\pi r.$$

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad gyvatvore bus aptverta ne visa aikštelė – bus paliktas 1,4 m pločio tarpas įeiti. Koks visos gyvatvorės ilgis?

3 užuomina. Reikalingas krūmų sodinukų skaičius apskaičiuojamas visą gyvatvorės ilgį dauginant iš 4, t. y. iš sodinukų skaičiaus viename gyvatvorės metre.

4 užuomina. Pasitikrinkite, ar suvienodinote matavimo vienetus.

2 užduotis

1 užuomina. Norint sužinoti, kokio ploto gumos granulių dangos reikės, reikia apskaičiuoti aikštelės plotą.

2 užuomina. Norint apskaičiuoti bendrą aikštelės plotą, reikia apskaičiuoti visų ją sudarančių figūrų plotus ir juos sudėti.

3 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad kvadrato kraštinė, pusskritulio skersmuo ir ketvirtadalio skritulio spindulys yra vienodo ilgio.

4 užuomina. Pusskritulio plotas apskaičiuojamas visą skritulio plotą dalinant iš 2.

3 užduotis

1 užuomina. Senos aikštelės plotą patogų pasižymėti S_1 , naujos aikštelės plotą – S_2 . Žinome, kad naujos aikštelės plotas bus 3,24 karto didesnis už senosios plotą. Užrašykite, kam bus lygus naujos ir senos aikštelių plotų santykis.

2 užuomina. Pagal kokią formulę apskaičiuojamas skritulio plotas? Anksčiau gautoje išraiškoje vietoje S_1 ir S_2 įsistatykite atitinkamas ploto formules.

3 užuomina. Turite apskaičiuoti, kiek kartų reikia padidinti aikštelės skersmenį. Apskritimo spindulius būtų naudinga išsireikšti per apskritimo skersmenis ir įsistatyti į atitinkamas ploto formules.

4 užuomina. Sutraukite (suprastinkite) panašiuosius narius ir išspręskite gautą nepilnąją kvadratinę lygtį. Nežinomasis yra apskritimų skersmenų santykis arba, jei pasirinkote kitą sprendimo būdą, apskritimų spindulių santykis.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Geometrija ir matavimai	Figūros – Ploto, tūrio skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
2			Figūros – Ploto, tūrio skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	3
3			Figūros – Ploto, tūrio skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2

Ugnės namų darbai

Bendroji įvestis

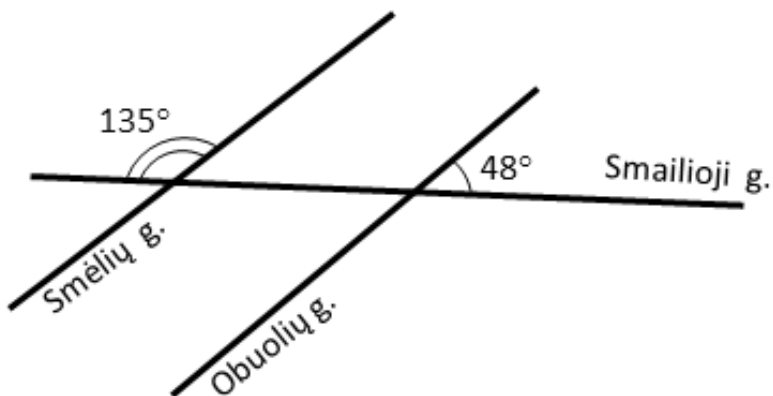
Ugnė per matematikos pamoką mokėsi apie lygiagrečias tieses. Mokytojas namų darbams uždavė surasti lygiagrečių tiesių pavyzdžių realybėje. Ugnė, ilgai sukusi galvą, sumąstė panagrinėti savo miesto žemėlapį ir jame paieškoti lygiagrečių gatvių.

Užduotys

1 užduotis

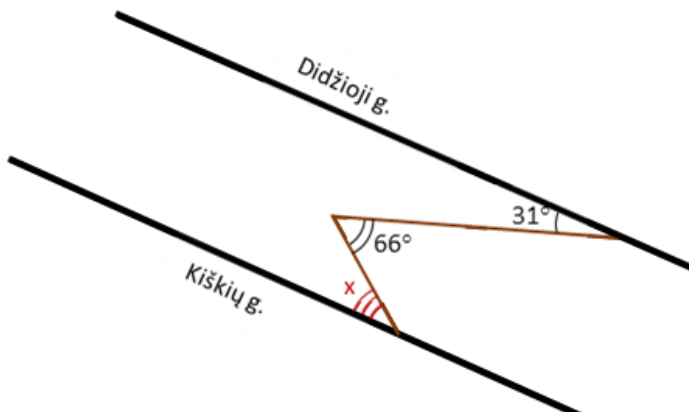
Žemėlapyje jos akį patraukė Smėlių ir Obuolių gatvės, kurias kerta Smailioji gatvė. Norėdama nustatyti, ar Smėlių ir Obuolių gatvės lygiagrečios, Ugnė pamatavo kampą tarp Smėlių ir Smailiosios gatvių bei kampą tarp Obuolių ir Smailiosios gatvių. Matavimo rezultatai nurodyti toliau pateiktame paveiksle.

Ar Smėlių ir Obuolių gatvės lygiagrečios? Remkitės tiesių lygiagretumo požymiais ir argumentuokite atsakymą.



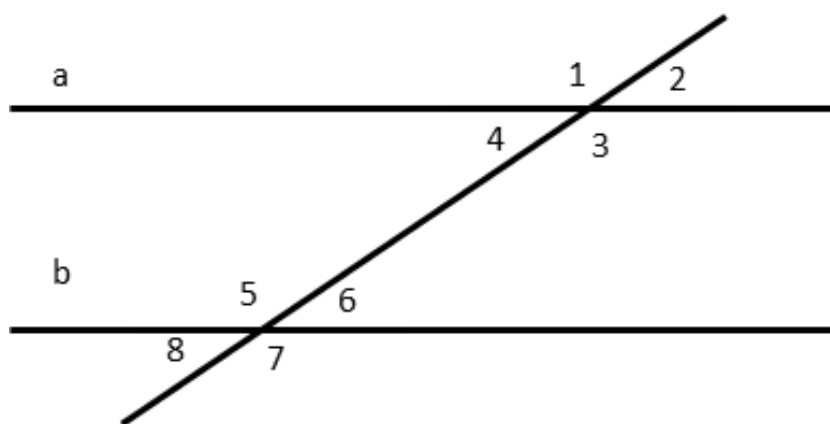
2 užduotis

Ugnei žemėlapyje pavyko surasti dvi lygiagrečias gatves – Didžiąją ir Kiškių, kurias jungia schemeje pavaizduotas pėsčiųjų takas. Ugnė matlankiu pamatavo du kampus. Remkitės schemeje pateiktais duomenimis ir raskite kampo x didumą. Parašykite, kaip apskaičiavote.



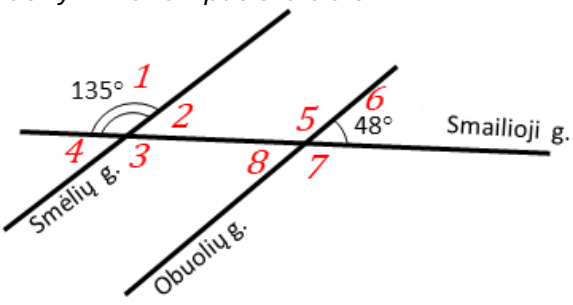
3 užduotis

Ugnė žemėlapyje tyrinėdama lygiagrečias gatves pastebėjo: jei $\angle 2 + \angle 7 = \angle 1 + \angle 8$, tai tiesės a ir b yra lygiagrečios.

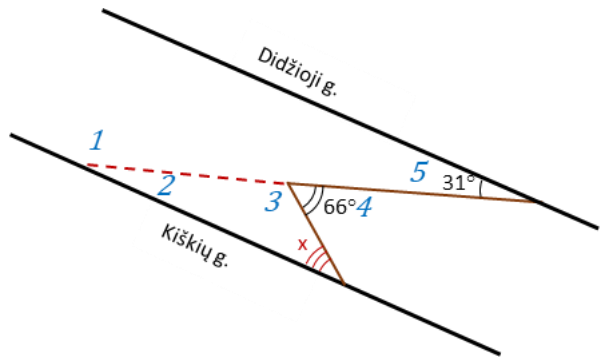
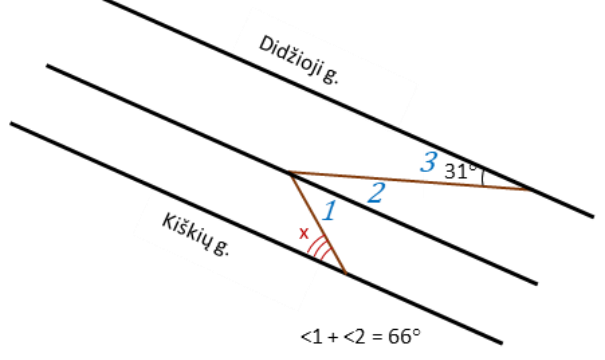


Remkitės lygiagrečių tiesių požymiais ir pagrįskite Ugnės suformuluotą teiginį.

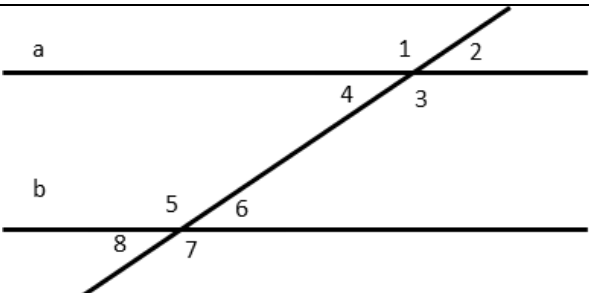
Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Pasižymime kampus skaičiais:  I būdas Dvi tiesės kertanti trečioji tiesė vadinama kirstine. Toje pačioje kirstinės pusėje esantys kampai vadinami vidaus vienašaliais. Pagal 2-ąją dviejų tiesių lygiagretumo požymį, jei vidaus vienašalių kampų suma lygi 180°, tuomet tiesės, kurios buvo perkirstos kirstinės, yra lygiagrečios. $\angle 3$ ir $\angle 8$ yra vidaus vienašaliai. $\angle 3 = \angle 1 = 135^\circ$, nes kryžminiai. $\angle 8 = \angle 6 = 48^\circ$, nes kryžminiai. $\angle 3 + \angle 8 = 135^\circ + 48^\circ = 183^\circ \neq 180^\circ$, vidaus vienašalių kampų suma nėra lygi 180°, todėl gatvės nėra lygiagrečios. II būdas Dvi tiesės kertanti trečioji tiesė vadinama kirstine. Vidinėje dalyje ir priešingose kirstinės pusėse esantys kampai vadinami vidaus priešiniais kampais. Pagal 1-ąją dviejų tiesių lygiagretumo požymį, jei vidaus priešiniai kampai lygūs, tuomet tiesės, kurios buvo perkirstos kirstinės, yra lygiagrečios. $\angle 2$ ir $\angle 8$ yra vidaus priešiniai. $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, nes gretutiniai. $\angle 8 = \angle 6 = 48^\circ$, nes kryžminiai. $\angle 2 \neq \angle 8$, priešiniai kampai nėra lygūs, todėl gatvės nėra lygiagrečios. III būdas Pagal 3-iąją dviejų tiesių lygiagretumo požymį, jei atitinkamieji kampai lygūs, tuomet tiesės, kurios buvo perkirstos kirstinės, yra lygiagrečios.	1	Už gautą teisingą atsakymą ir jo pagrindimą. Užtenka parodyti, kad nėra tenkinamas atitinkamas tiesių lygiagretumo požymis.

$\angle 1$ ir $\angle 5$ yra atitinkamieji. $\angle 1 = 135^\circ$. $\angle 5 = 180^\circ - \angle 6 = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$, nes gretutiniai. $\angle 1 \neq \angle 5$, atitinkamieji kampai nėra lygūs, todėl gatvės nėra lygiagrečios. Ats.: gatvės nėra lygiagrečios.		
Pastabos		
1 pastaba. Jei nenurodyta, kokiomis savybėmis remtasi skaičiuojant trūkstamus kampų didumus, taškas neskiriamas.		
2 pastaba. Jei nenurodyta, koku požymiu remtasi nustatant tiesių lygiagretumą, taškas neskiriamas.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
I ir II būdai Pratęsiame taką, kaip parodyta brėžinyje, gauname dvi lygiagrečias tieses ir kirstinę. Pažymime kampus:  III būdas Per 66° kampo viršūnę nubrėžiame tiesę, lygiagrečią Didžiajai ir Kiškių gatvėms. 66° kampas padalijamas į du kampus. Pažymime kampus:  I būdas $\angle 2 = \angle 5 = 31^\circ$, nes vidaus priešiniai, gauti dvi lygiagrečias tieses kertant trečiąja. $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$, nes gretutiniai.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą – pratęstą pėsčiųjų taką arba per 66° kampą nubrėžtą tiesę, lygiagrečią abiem gatvėms.
I būdas $\angle 2 = \angle 5 = 31^\circ$, nes vidaus priešiniai, gauti dvi lygiagrečias tieses kertant trečiąja. $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$, nes gretutiniai.	1	Už teisingai apskaičiuotą x reikšmę.

$x = 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 = 180^\circ - 31^\circ - 114^\circ = 35^\circ$, nes trikampio kampų suma 180° . II būdas $\angle 1 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 31^\circ = 149^\circ$, nes vidaus vienašaliai kampai, gauti dvi lygiagrečias tieses kertant trečiaja. $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 149^\circ = 31^\circ$, nes gretutiniai kampai. $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$, nes gretutiniai kampai. $x = 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 = 180^\circ - 31^\circ - 114^\circ = 35^\circ$, nes trikampio kampų suma 180° . III būdas $\angle 2 = \angle 3 = 31^\circ$, nes vidaus priešiniai, gauti dvi lygiagrečias tieses kertant trečiaja. $\angle 1 = 66^\circ - \angle 2 = 66^\circ - 31^\circ = 35^\circ$. $\angle x = \angle 1 = 35^\circ$, nes vidaus priešiniai, gauti dvi lygiagrečias tieses kertant trečiaja. Ats.: $x = 35^\circ$.		
Pastabos		
1 pastaba. Taškas už teisingai apskaičiuotą x reikšmę skiriamas ir tada, jei atsakyme nepažymima, kad skaičius 35 reiškia laipsnius.		
2 pastaba. Jei nenurodyta, kokiomis savybėmis remtasi apskaičiuojant nežinomų kampų didumus, taškas už teisingai apskaičiuotą x reikšmę neskiriamas.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
 I būdas Tarkime, kad: $\angle 2 + \angle 7 = \angle 1 + \angle 8$. Norint įrodyti tiesių lygiagretumą pagal 1-ąją požymį, pakanka parodyti, kad vidaus priešiniai kampai yra lygūs. $\angle 4$ ir $\angle 6$ yra vidaus priešiniai kampai. Reikia įrodyti, kad $\angle 4 = \angle 6$, tam reikia lygybėje pateiktus kampus išreikšti per $\angle 4$ ir $\angle 6$. Matome, kad	1	Už teisingai įrodytą teiginį.

$\angle 2 = \angle 4$, $\angle 8 = \angle 6$, nes tai kryžminiai kampai. $\angle 7$ ir $\angle 1$ tiesiogiai išreikšti per $\angle 4$ ir $\angle 6$ nepavyks. Todėl tam naudosime $\angle 5$ ir $\angle 3$, kuriuos vėliau išreikšime per $\angle 4$ ir $\angle 6$. $\angle 7 = \angle 5$, $\angle 1 = \angle 3$, nes tai kryžminiai kampai. Remiantis gretutinių kampų savybe: $\angle 7 = \angle 5 = 180^\circ - \angle 6$, $\angle 1 = \angle 3 = 180^\circ - \angle 4$. Visi turimi kampai išreikšti per $\angle 4$ ir $\angle 6$. Pirmojoje lygybėje duotus kampus pakeičiame jų išraiškomis per $\angle 4$ ir $\angle 6$ ir gauname: $\angle 4 + (180^\circ - \angle 6) = (180^\circ - \angle 4) + \angle 6,$ $2 \cdot \angle 4 = 2 \cdot \angle 6,$ $\angle 4 = \angle 6$. Vadinasi, $\angle 4$ ir $\angle 6$ yra vidaus priešiniai. Ats.: įrodyta. II būdas Tarkime, kad: $\angle 2 + \angle 7 = \angle 1 + \angle 8$. Norint įrodyti tiesių lygiagretumą pagal 2-ąją požymį, pakanka parodyti, kad vidaus vienašalių kampų didumų suma lygi 180°. $\angle 3$ ir $\angle 6$ yra vidaus vienašaliai kampai. Reikia įrodyti, kad $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$, tam reikia lygybėje pateiktus kampus išreikšti per $\angle 3$ ir $\angle 6$. $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3$, $\angle 7 = 180^\circ - \angle 6$, nes tai gretutiniai kampai. $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 8 = \angle 6$, nes tai kryžminiai kampai. Į pradinę lygtį įsistatome gautas $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ ir $\angle 8$ išraiškas: $180^\circ - \angle 3 + 180^\circ - \angle 6 = \angle 3 + \angle 6,$ $360^\circ = 2 \cdot \angle 3 + 2 \cdot \angle 6,$ $180^\circ = \angle 3 + \angle 6.$ Ats.: įrodyta.		
--	--	--

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Pateiktame paveiksle pavaizduotos gatvės atrodo kaip dvi tiesės ir jų kirstinė. Susidariusius kampus pažymėkite skaičiais. Kokie šių kampų pavadinimai?

2 užuomina. Ar matote paveiksle kryžminių, gretutinių kampų? Apskaičiuokite trūkstamus kampų didumus.

3 užuomina. Kokius dviejų tiesių lygiagretumo požymius žinote?

4 užuomina. Toje pačioje kirstinės pusėje esantys kampai vadinami vidaus vienašaliais. Pagal 2-ąjį dviejų tiesių lygiagretumo požymį, jei vidaus vienašalių kampų suma lygi 180° , tuomet tiesės, kurios buvo perkirstos kirstinės, yra lygiagrečios.

2 užduotis

1 užuomina. Kas nutiktų, jei bent vieną iš pėsčiųjų tako atkarpų pratęstumėte į kairę arba dešinę?

2 užuomina. Aukščiau esančią pėsčiųjų tako atkarpą pratęskite į kairę, kol ši kirs Kiškių gatvę. Jei galite, apskaičiuokite nežinomus susidariusių kampų didumus.

3 užuomina. Ar matote šiame paveiksle vidaus priešinių, vidaus vienašalių kampų? Kokie požymiai jiems būdingi?

4 užuomina. Jei tiesės lygiagrečios, tai vidaus priešiniai kampai lygūs, o vidaus vienašalių kampų suma lygi 180° . Pasinaudokite šia informacija ir apskaičiuokite kampą x .

3 užduotis

1 užuomina. Norint įrodyti tiesių lygiagretumą pagal 1-ąjį požymį, pakanka parodyti, kad vidaus priešiniai kampai yra lygūs.

2 užuomina. $\angle 4$ ir $\angle 6$ yra vidaus priešiniai kampai. Norint įsitikinti, kad $\angle 4 = \angle 6$, reikia lygybėje pateiktus kampus išreikšti per $\angle 4$ ir $\angle 6$.

3 užuomina. $\angle 7$ ir $\angle 1$ tiesiogiai išreikšti per $\angle 4$ ir $\angle 6$ nepavyks. Tam galima panaudoti $\angle 5$ ir $\angle 3$, kuriuos vėliau galima išreikšti per $\angle 4$ ir $\angle 6$.

4 užuomina. Pirmojoje lygybėje duotus kampus pakeiskite jų išraiškomis per $\angle 4$ ir $\angle 6$. Sutraukite panašiuosius narius.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7 klasė	Geometrija ir matavimai	Figūros – Plokščiosios figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	1
2			Figūros – Plokščiosios figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2
3			Figūros – Plokščiosios figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	1

7 KLASĖ, DUOMENYS IR TIKIMYBĖS

Apklausa apie tvarius įpročius ir duomenys

Bendroji įvestis

Septintokai Gustas ir Laura norėjo geriau suprasti, kokius su ekologija susijusius įpročius turi jų mokyklos bendramoksliai. Jie apklausė 20 mokinių iš 5–8 klasių, kad sužinotų, ar jų šeimos rūšiuoja atliekas, kiek vakarų per savaitę vakarienei renkasi patiekalus be mėsos ir kokie sprendimai priimami perkant drabužius. Gustas ir Laura tikisi, kad apklausos rezultatai padės mokyklos bendruomenei susimąstyti apie aplinkos apsaugą ir paskatins imtis tvaresnių sprendimų.

Užduotys

1 užduotis

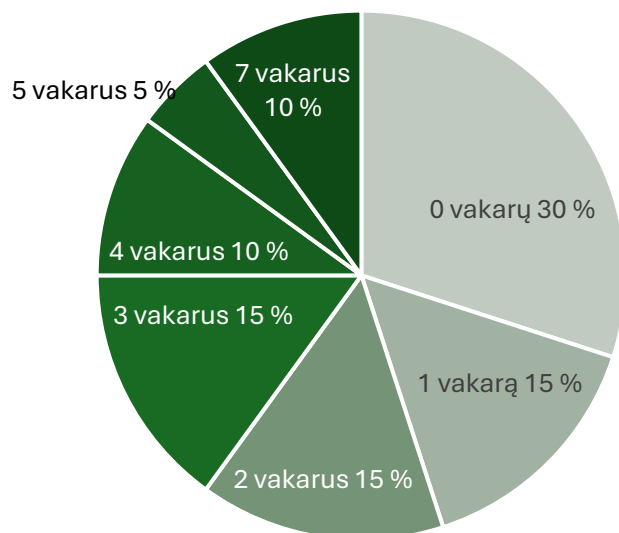
Gustas ir Laura mokinių pirmiausia paklausė, ar jų šeimos namuose rūšiuoja atliekas. Surinkti duomenys pateikti statistinėje eilutėje:

„taip, taip, ne, taip, taip, ne, taip, taip, ne, taip, taip, taip, ne, taip, taip, taip, taip“.

Apskaičiuokite, kiek procentų apklaustų mokinių šeimų rūšiuoja atliekas. Rezultatus pavaizduokite skrituline diagrama. Duomenis nurodykite procentais.

2 užduotis

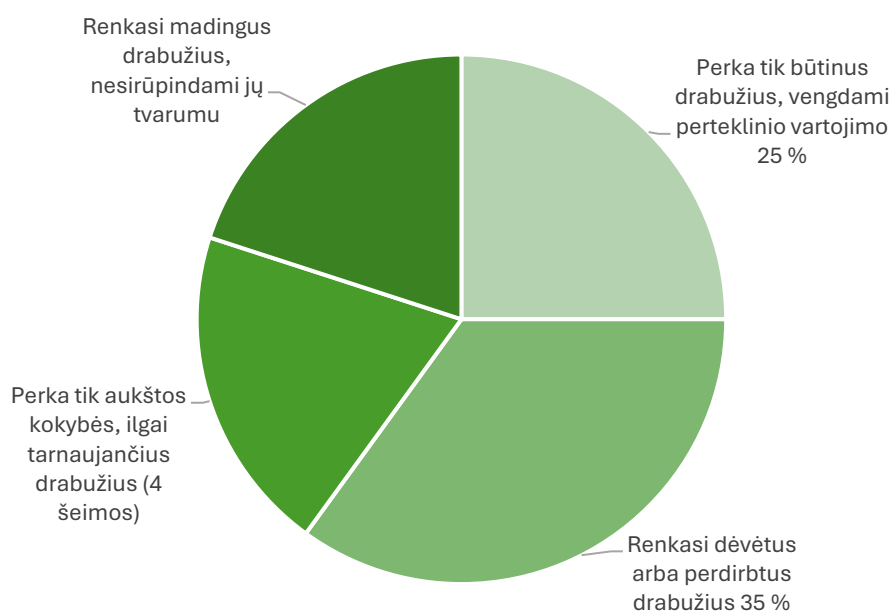
Visi mokiniai taip pat atsakė į klausimą, kiek vakarų per praėjusią savaitę jų šeima vakarienei valgė patiekalus be mėsos. Gusto ir Lauros surinkti duomenys pavaizduoti skrituline diagrama:



Pavaizduokite duomenis dažnių lentele. Nustatykite šios apklausos imties modą, apskaičiuokite medianą ir vidurkį.

3 užduotis

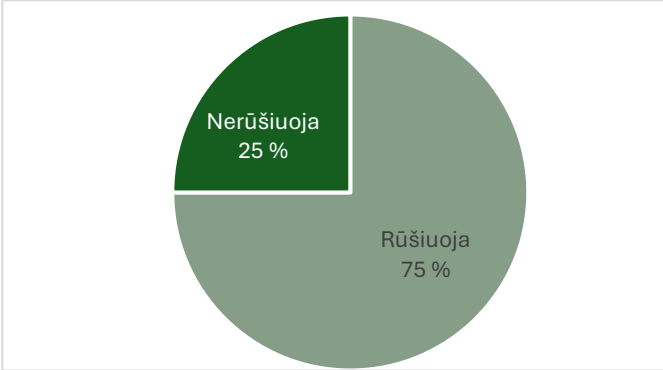
Trečiuoju klausimu Gustas ir Laura norėjo išsiaiškinti, ar 20 bendramokslių šeimos pirkdamos drabužius galvoja, kaip sumažinti poveikį aplinkai. Surinktus duomenis jie pateikė skrituline diagrama, tačiau skubėdami prie vienos skilties pamiršo užrašyti procentus, o šalia kitos nurodė tik šeimų skaičių:



Skritulinėje diagramoje pateikta, kad 25 % šeimų perka tik būtinus drabužius ir vengia perteklinio vartojimo, 35 % šeimų renkasi dėvėtus arba perdirbtus drabužius, 4 šeimos perka tik aukštos kokybės, patvarius drabužius. Prie skilties „Renkasi madingus drabužius ir nesirūpina jų tvarumu“ nėra nurodytas nei žmonių skaičius, nei procentinė dalis.

Apskaičiuokite, kiek šeimų atsakė, kad renkasi madingus drabužius ir nesirūpina jų tvarumu. Nustatykite šios skilties procentinę dalį.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
<i>I būdas</i> Suskaičiuokime, kiek kartų buvo atsakyta „taip“ ir „ne“: „taip“ – 15 kartų, „ne“ – 5 kartus. Iš viso 20 atsakymų. Apskaičiuokime, kiek procentų šeimų rūšiuoja atliekas (pasirinko atsakymą „taip“): $\frac{15}{20} \cdot 100 \% = 75 \%$ <i>II būdas</i> Suskaičiuokime, kiek kartų buvo atsakyta „taip“ ir „ne“: „taip“ – 15 kartų, „ne“ – 5 kartus. Iš viso 20 atsakymų. Apskaičiuokime, kiek procentų šeimų rūšiuoja atliekas (pasirinko atsakymą „taip“). Sudarome proporciją: $20 - 100 \%$, $15 - x \%$. Ieškome trūkstamo proporcijos nario: $x = \frac{15 \cdot 100 \%}{20} = 75 \%$	1	Už teisingai apskaičiuotą šeimų, rūšiuojančių atliekas, procentinę dalį.
<i>I ir II būdai</i> 75 % mokinių šeimų rūšiuoja atliekas. Atliekų nerūšiuoja: $100 \% - 75 \% = 25 \%$. Pavaizduokime rezultatus skrituline diagrama:  Ats.: 75 %.	1	Už teisingai skrituline diagrama pavaizduotus rezultatus.
Pastabos		

Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	4	
<i>I būdas</i> Nagrinėjame pateiktą skritulinę diagramą. Procentai nurodo dalį bendramokslių, kurie pasirinko atitinkamą atsakymą. Žinome, kad apklausoje iš viso dalyvavo 20 mokinių, todėl galime procentus paversti tikraisiais dažniais. 0 vakarų (30 %): $x = \frac{30\%}{100\%} \cdot 20 = 6 \text{ (mok.)}.$ 1, 2, 3 vakarai (po 15 %): $x = \frac{15\%}{100\%} \cdot 20 = 3 \text{ (mok.)}.$ 4, 7 vakarai (po 10 %): $x = \frac{10\%}{100\%} \cdot 20 = 2 \text{ (mok.)}.$ 5 vakarai (5 %): $x = \frac{5\%}{100\%} \cdot 20 = 1 \text{ (mok.)}.$ <i>II būdas</i> Nagrinėjame pateiktą skritulinę diagramą. Procentai nurodo dalį bendramokslių, kurie pasirinko atitinkamą atsakymą. Žinome, kad apklausoje iš viso dalyvavo 20 mokinių, todėl galime procentus paversti tikraisiais dažniais. 0 vakarų (30 %): Sudarome proporciją: $20 - 100\%,$ $x - 30\%$ Ieškome trūkstamo proporcijos nario: $x = \frac{30\% \cdot 20}{100\%} = 6 \text{ (mok.)}.$ Su visais skritulinėje diagramoje procentais nurodytais duomenimis sudarome analogiškas proporcijas ir surandame trūkstamą proporcijos narį: 1, 2, 3 vakarai (po 15 %):	1	Už teisingai sudarytą dažnių lentelę.

$x = \frac{15 \% \cdot 20}{100 \%} = 3 \text{ (mok.).}$ 4, 7 vakarai (po 10 %): $x = \frac{10 \% \cdot 20}{100 \%} = 2 \text{ (mok.).}$ 5 vakarai (5 %): $x = \frac{5 \% \cdot 20}{100 \%} = 1 \text{ (mok.).}$ I ir II būdai Remkimės skaičiavimais ir sudarykime dažnių lentelę: <table><tr><td>Vakarų skaičius</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>Dažnis</td><td>6</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	Vakarų skaičius	0	1	2	3	4	5	7	Dažnis	6	3	3	3	2	1	2																		
Vakarų skaičius	0	1	2	3	4	5	7																											
Dažnis	6	3	3	3	2	1	2																											
Moda yra dažniausiai pasitaikanti reikšmė – skritulinėje diagramoje arba dažnių lentelėje matome, kad šiuo atveju tai yra 0. Moda = 0.	1	Už teisingai nustatytą modą.																																
Surašome atsakymus į variacinę eilutę: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 7, 7. Eilutėje surašyta 20 reikšmių. Kai surinktų duomenų skaičius lyginis, tai mediana lygi dviejų vidurinių duomenų vidurkiui. Šiuo atveju vidurinės reikšmės yra 10-as ir 11-as skaičiai, jie abu yra 2: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 7, 7. Mediana = 2.	1	Už teisingai apskaičiuotą medianą.																																
Apskaičiuokime vidurkį: sudėkime visas reikšmes (vakarų skaičius) ir gautą sumą padalykime iš reikšmių dažnio (apklaustų mokinių skaičiaus). Remkimės savo sudarytos dažnių lentelės duomenimis ir apskaičiuokime vidurkį : <table><tr><td>Vakarų skaičius</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>Dažnis</td><td>6</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr></table> $\frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 7 \cdot 2}{20} =$ $= \frac{43}{20} = 2,15 \text{ (vak.).}$ Vidurkis = 2,15 <table><tr><td>Vakarų skaičius</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>Dažnis</td><td>6</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	Vakarų skaičius	0	1	2	3	4	5	7	Dažnis	6	3	3	3	2	1	2	Vakarų skaičius	0	1	2	3	4	5	7	Dažnis	6	3	3	3	2	1	2	1	Už teisingai apskaičiuotą vidurkį.
Vakarų skaičius	0	1	2	3	4	5	7																											
Dažnis	6	3	3	3	2	1	2																											
Vakarų skaičius	0	1	2	3	4	5	7																											
Dažnis	6	3	3	3	2	1	2																											

Moda = 0, Mediana = 2, Vidurkis = 2,15.		
Pastabos		
Taškas už teisingai sudarytą dažnių lentelę skiriamas ir tada, jei dažniai apskaičiuojami mintinai.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Apskaičiuokime mokinių šeimų skaičių kiekvienoje skiltyje. Tik būtinus drabužius perkančių šeimų skaičius (25 % iš 20 mokinių): $20 \cdot 0,25 = 5$ (šeim.). Dėvėtus arba perdirbtus drabužius įsigyjančių šeimų skaičius (35 % iš 20 mokinių): $20 \cdot 0,35 = 7$ (šeim.). Aukštos kokybės drabužius perkančių šeimų skaičius jau duotas – 4. Apskaičiuokime trūkstamos skilties šeimų skaičių. Sudedame jau žinomus skaičius: $5 + 7 + 4 = 16$ (šeim.). Apklausoje iš viso dalyvavo 20 mokinių. Šeimų, kurios renkasi madingus drabužius ir nesirūpina jų tvarumu, skaičius bus: $20 - 16 = 4$ (šeim.).	1	Už teisingai apskaičiuotą trūkstamos skilties šeimų skaičių.
Apskaičiuokime šios skilties procentinę dalį: $\frac{4}{20} \cdot 100\% = 20\%$. Ats.: 4 šeimos, kurios sudaro 20 % apklaustųjų.	1	Už teisingai apskaičiuotą trūkstamos skilties procentinę dalį.
Pastabos		
Yra keli skirtingi būdai, kaip spręsti šią užduotį, įskaitant proporcijos sudarymą.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Atskirai suskaičiuokite atsakymus „taip“ ir „ne“, kad sužinotumėte, kiek mokinių šeimų rūšiuoja atliekas.

2 užuomina. Pagalvokite, kaip procentais apibendrinami duomenys. Jei žinote, kiek šeimų rūšiuoja atliekas, galite apskaičiuoti, kokią visų šeimų dalį tai sudaro.

3 užuomina. Atminkite, kad, norint apskaičiuoti procentinę dalį, rūšiuojančių šeimų skaičių reikia padalyti iš visų apklaustųjų šeimų skaičiaus ir rezultatą padauginti iš 100% .

2 užduotis

1 užuomina. Pirmiausia pažvelkite į pateiktą skritulinę diagramą. Procentai diagramoje nurodo, kokia dalis mokinių pasirinko atitinkamą atsakymą apie vakarienę be mėsos. Kadangi apklausoje dalyvavo 20 mokinių, apskaičiuokite, kiek mokinių pasirinko kiekvieną atsakymą.

2 užuomina. Surašykite gautus dažnius į lentelę, kurioje būtų nurodytas vakarų skaičius ir atitinkamą atsakymą pasirinkusių mokinių skaičius.

3 užuomina. Modą, medianą ir vidurkį galima rasti iš dažnių lentelėje pateiktos informacijos. Moda yra dažniausiai pasitaikantis atsakymas – raskite tą vakarų skaičių, kurį pasirinko daugiausia mokinių.

4 užuomina. Mediana nurodo vidurinę reikšmę – surašykite atsakymus nuo mažiausio iki didžiausio ir raskite vidurinį skaičių. Kadangi apklausoje dalyvavo 20 mokinių, mediana bus tarp 10-o ir 11-o skaičiaus.

3 užduotis

1 užuomina. Diagramoje dalis duomenų nurodyti procentais, o dalis – mokinių šeimų skaičiumi. Žinote, kad apklausoje dalyvavo 20 mokinių, todėl procentus galite paversti šeimų skaičiumi.

2 užuomina. Sudėkite visų turimų šeimų skaičių ir sužinosite, kelių šeimų informaciją jau turite.

3 užuomina. Žinote bendrą šeimų skaičių. Dabar galite apskaičiuoti, kiek šeimų priklauso skilčiai, kurios duomenys nenurodyti.

4 užuomina. Palyginkite gautą nenurodytos skilties šeimų skaičių su bendru šeimų skaičiumi ir apskaičiuokite, kokią visos diagramos dalį jie sudaro procentais.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	7	Duomenys ir tikimybės	Duomenys ir interpretavimas	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Duomenys ir interpretavimas	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	4
3			Duomenys ir interpretavimas	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

8 KLASĖ, SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI

Kalnai, slėniai ir realieji skaičiai

Bendroji įvestis

Geodezininkai naujame nacionaliniame parke matuoja kalnų aukščius ir slėnių gylius. Su palydovais ir kita pažangia įranga, taikant šiuolaikines technologijas, tokius matavimus galima atlikti net ir iš kosmoso. Šių matavimų duomenys yra pateikiami realiaisiais skaičiais, kurie apima racionaliuosius ir iracionaliuosius skaičius. Racionalieji skaičiai gali būti užrašomi paprastosiomis trupmenomis arba sveikaisiais skaičiais (pvz., $\frac{3}{4}$ arba 2). Iracionalieji skaičiai, tokie kaip $\sqrt{2}$ arba π , negali būti tiksliai išreikšti paprastosiomis trupmenomis ir yra dešimtainės begalinės neperiodinės trupmenos. Dažnai tikrų gamtinių objektų dydžių neįmanoma tiksliai išreikšti trupmenomis, todėl tokie dydžiai užrašomi iracionaliaisiais skaičiais.

Užduotys

1 užduotis

Geodezininkai nustatė, kad vieno kalno aukštis yra 90,5 metro. Nurodykite, kuriai skaičių aibei priklauso skaičius 90,5 – racionaliųjų ar iracionaliųjų. Paaiškinkite, kodėl.

2 užduotis

Geodezininkas Martynas mokykloje mėgo matematiką ir galvosūkius. Jis išmatavo dviejų slėnių gylius šalia kalno. Vieno gylis yra $\sqrt{105}$ metrų, o kito – 10,5 metro. Kuris slėnis yra gilesnis? Atsakymą pagrįskite.

3 užduotis

Geodezininkė Aistė nustatė, kad nacionaliniame parke esančios aukščiausios atodangos aukštis, užrašius jį periodine dešimtaine trupmena, yra 30,6(2) metro. Išreikškite skaičių 30,6(2) paprastąja trupmena, nenaudokite skaičiuotuvo.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Skaičius 90,5 yra racionalusis, nes jį galima išreikšti paprastąja trupmena: $90,5 = 90\frac{1}{2} = \frac{181}{2}.$	1	Už teisingą atsakymą, kad skaičius priklauso racionaliųjų skaičių aibei, ir jo pagrindimą.

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pirmo slėnio gylis yra $\sqrt{105}$ m, o antrojo – 10,5 m. Nelengva palyginti šiuos skaičius, tačiau nesunku nustatyti, kurio skaičiaus kvadratas yra didesnis. Pakelkime abu šiuos skaičius kvadratu: $(\sqrt{105})^2 = 105,$ $(10,5)^2 = 110,25.$	1	Už teisingai kvadratu pakeltus slėnių gylius.
Dabar palyginsime skaičius 105 ir 110,25. 110,25 yra didesnis už 105, nes $110,25 - 105 = 5,25 > 0$. ----- Sakykime, kad turime du teigiamus skaičius a ir b. Įrodysime pagalbinį teiginį: jei $a^2 > b^2$, vadinasi, $a > b$. Įrodymas: Sakykime, kad $a^2 > b^2$. Tada: $0 < a^2 - b^2,$ $0 < (a + b)(a - b).$ Bet $a + b > 0$. Vadinasi, $a - b > 0$. Tai reiškia, kad $a > b$. Įrodyta. ----- Iš mūsų įrodyto teiginio galima daryti išvadą, kad $10,5 > \sqrt{105}$, nes ką tik įrodėme, kad $10,5^2 > (\sqrt{105})^2$. Ats.: antras slėnis, kurio gylis 10,5 m, yra gilesnis.	1	Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Žinome, kad kiekviena baigtinė arba begalinė periodinė dešimtainė trupmena yra racionalusis skaičius.	1	Už teisingą atsakymą, kad skaičius priklauso racionaliųjų skaičių aibei, ir jo pagrindimą.

30,6(2) yra begalinė periodinė dešimtainė trupmena, ją galima užrašyti paprastąja trupmena, todėl šis skaičius priklauso racionaliųjų skaičių aibei. $30,6(2) \in \mathbb{R}$.		
Be skaičiuotuvo begalinę periodinę dešimtainę trupmeną užrašysime paprastąja. Pirmiausia pažymėkime šį skaičių kaip: $x = 30,6222 \dots$ Kad pašalintume periodą, dauginkime x iš 10 ir 100: $10x = 306,222 \dots,$ $100x = 3062,222 \dots$ Iš antros lygties panariui atimkime pirmąją: $100x - 10x = 3062,222 \dots - 306,222 \dots,$ $90x = 2756 \quad : 90,$ $x = \frac{2756}{90},$ $x = \frac{1378}{45}.$ Ats.: $30,6(2) \in \mathbb{R}$ ir gali būti užrašytas trupmena $\frac{1378}{45}$.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą ir gautą teisingą atsakymą.

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Pabandykite skaičių 90,5 užrašyti kaip paprastąją trupmeną $\frac{a}{b}$, kur a – sveikasis skaičius, o b – natūralusis. Jei tai pavyksta padaryti, pagalvokite, kuriai skaičių aibei toks skaičius priklauso.

2 užuomina. Prisiminkite, kad racionalieji skaičiai gali būti užrašomi paprastosiomis trupmenomis, o iracionalieji – ne.

2 užduotis

1 užuomina. Kad būtų lengviau palyginti šiuos skaičius, pakelkite abu dydžius kvadratu. Pakėlus $\sqrt{105}$ ir 10,5 kvadratu, gauti rezultatai bus sveikieji skaičiai, kuriuos paprasčiau palyginti.

2 užuomina. Kai palyginote kvadratu pakeltus skaičius, galite nustatyti, kuris skaičius yra didesnis. Pagalvokite: jei kvadratu pakelto skaičiaus reikšmė yra didesnė, tai ir pats skaičius yra didesnis. Kodėl taip yra?

- Kvadrato funkcija smarkiai didėja, kai didėja skaičius. Jei $10,5^2 > (\sqrt{105})^2$, tai reiškia, kad pats 10,5 yra didesnis už $\sqrt{105}$.
- Skirtumas tarp kvadratų $(a^2 - b^2)$ gali būti išskaidytas į du dauginamus dėmenis: $a + b$ ir $a - b$. Kadangi dėmuo $a + b$ visada teigiamas (mūsų lyginami skaičiai a ir b yra teigiami) ir kvadratų skirtumas didesnis už nulį, tai ir $a - b > 0$, vadinasi, $a > b$.

3 užduotis

1 užuomina. Žinote, kad šis skaičius periodinė dešimtainė trupmena. Kiekvieną periodinę dešimtainę trupmeną galima užrašyti paprastąja trupmena. Ar paprastosios trupmenos priklauso racionaliųjų skaičių aibei?

2 užuomina. Užrašykite skaičių kaip $x = 30,6(2)$, kurio periodinė dalis yra 2. Tai reiškia, kad dešimtainėje trupmenoje kartojasi tam tikri skaitmenys: $x = 30,6222 \dots$. Sudarykite dvi lygtis ir pašalinkite periodinę dalį. Pirmą lygtį: x padauginkite iš 10, kad dešimtainis kablelis pasislinktų per vieną vietą į dešinę. Antrą lygtį: x padauginkite iš 100, kad periodas 2 būtų po kablelio.

3 užuomina. Atimkite pirmą lygtį iš antrosios ir pašalinkite periodinę dalį. Sutraukite panašiuosius narius.

4 užuomina. Išspręskite lygtį. Suprastinkite trupmeną, jei įmanoma.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8	Skaičiai ir skaičiavimai	Realieji skaičiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	1
2			Realieji skaičiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2
3			Realieji skaičiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2

Pabėgimo kambario spynos ir kvadratinės, kubinės šaknys

Bendroji įvestis

Nojus su draugais nusprendė apsilankyti pabėgimo kambaryje, kuriame reikės spręsti įvairius matematinius galvosūkius: atrakinti užkoduotas spynas, atrasti paslėptas užuominas ir atlikti skaičiavimo užduotis. Iš pabėgimo kambario jie ištrūks tik tada, kai atrakins visas spynas ir išspręs užduotis su kvadratinėmis ir kubinėmis šaknimis. Nojus ir jo draugai pasiryžo susikaupti ir išspręsti jas visas! Skaičiavimus reikia atlikti be skaičiuotuvo.

Užduotys

1 užduotis

Nojus ant skaitmeninės spynos rado pirmą užuominą. Kad ją atrakintų, jis turi apskaičiuoti reiškinių $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$ reikšmę.

Padėkite jam atlikti užduotį ir atrakinti pirmą spyną.

2 užduotis

Kitoje kambario dalyje Nojus su draugais aptiko antrą spyną, kurios kodas užšifruotas trijų šaknų suma: $\sqrt{75} + \sqrt{12} + \sqrt{48}$. Norint atrakinti šią spyną, reikia rasti tokį natūralųjį skaičių n , kuris tenkintų sąlygą: $n\sqrt{3} = \sqrt{75} + \sqrt{12} + \sqrt{48}$. Raskite n ir paaiškinkite sprendimą.

3 užduotis

Nojus su draugais atrado užrašą su dviem kubinėmis šaknimis ir kvadratine išraiška. Kad atrakintų paskutinę spyną, jie turi apskaičiuoti reiškinį:

$$\sqrt[3]{27^3} - \sqrt[3]{-8} + (\sqrt{3} + \sqrt{12})^2.$$

Padėkite jiems atlikti skaičiavimus, sužinoti atsakymą ir pagaliau ištrūkti iš pabėgimo kambario. Užrašykite veiksmus, kaip gavote atsakymą.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
<i>I ir II būdai</i> Skaiciai 6 ir 24 nėra natūraliųjų skaičių kvadratai, todėl iš šių skaičių šaknies ištraukti negalime. Kad apskaičiuotume šią išraišką, pasinaudosime šaknų sandaugos savybe: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Gauname: $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{6 \cdot 24}$.	1	Už teisingą pastebėjimą, kad iš 6 ir 24 šaknies ištraukti negalime, ir teisingai pritaikytą šaknų sandaugos savybę.
<i>I būdas</i> $\sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144}$. Skaičius 144 yra 12 kvadratas, nes: $12 \cdot 12 = 144$. Taigi: $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{144} = 12$. <i>II būdas</i> Užduotį galime spręsti alternatyviu būdu: išskaidykime antrą pošaknį į narius. Skaičių 6 paliekame tokį, koks yra, o 24 išskaidome į sandaugą: $24 = 4 \cdot 6$. Tada: $\sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{6 \cdot (4 \cdot 6)} = \sqrt{6 \cdot 4 \cdot 6}$. Pastebime, kad: $6 \cdot 6 = 6^2$. Tada: $\sqrt{6 \cdot 4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6^2} = 2 \cdot 6 = 12$. Nojus viską atliko teisingai ir atrakino pirmą spyną! Ats.: 12.	1	Už teisingą atsakymą.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pastebime, kad iš skaičių 75, 12 ir 48 neįmanoma ištraukti šaknies taip, kad gautume natūraliuosius skaičius.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (visus skaičius po šaknies ženklu išskaidyti į 3 ir kito natūraliojo

Užduotyje prašoma šaknų sumą užrašyti natūraliojo skaičiaus n ir $\sqrt{3}$ sandauga, todėl kiekvieną skaičių po šaknies ženklu išskaidome į 3 ir natūraliojo skaičiaus kvadrato sandaugą: $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3},$ $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3},$ $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3}.$ Pritaikome kvadratinės šaknies iš sandaugos savybę: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$ Tada: $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3},$ $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3},$ $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$		skaičiaus sandaugą) ir teisingai pritaikytą kvadratinės šaknies iš sandaugos savybę.
Dabar šaknų sumą galime užrašyti taip: $\sqrt{75} + \sqrt{12} + \sqrt{48} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}.$ Kadangi visi trys sumos nariai turi tą pačią šaknį $\sqrt{3}$, galime sudėti jų koeficientus: $5 + 2 + 4 = 11.$ Todėl: $\sqrt{75} + \sqrt{12} + \sqrt{48} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 11\sqrt{3}.$ Apskaičiavome, kad natūralusis skaičius $n = 11$. Padėjote Nojui atrakinti antrą spyną! Ats.: 11.	1	Už teisingą atsakymą.
Pastabos Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
I ir II būdai Reikia apskaičiuoti: $\sqrt[3]{27^3} - \sqrt[3]{-8} + (\sqrt{3} + \sqrt{12})^2.$ $\sqrt[3]{27^3} = 27$, nes kubinė šaknis ir skaičiaus kėlimas trečiuoju laipsniu yra vienas kitą panaikinantys veiksmi.	1	Už teisingai apskaičiuotą pirmas dvi kubines šaknis.

$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{-(2^3)} = \sqrt[3]{-2^3} = -2$, nes kubinės šaknys gali būti ištrauktos iš neigiamų skaičių.		
<i>I būdas</i> Pritaikykime dviejų narių sumos kvadrato formulę ir apskaičiuokime likusį šaknų sumos kvadratą: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Gauname: $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} + (\sqrt{12})^2 =$ $= 3 + 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 12} + 12 = 3 + 2 \cdot \sqrt{36} + 12 =$ $= 3 + 2 \cdot 6 + 12 = 3 + 12 + 12 = 27$. <i>II būdas</i> Liko apskaičiuoti šaknų sumos kvadratą. Iš skaičiaus 12 neįmanoma ištraukti šaknies taip, kad gautume natūralųjį skaičių, bet galima išskaidyti jį į skaičiaus 3 ir natūraliojo skaičiaus kvadrato sandaugą: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$. Taigi: $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. Pakeliame kvadratu: $(3\sqrt{3})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 3 = 27$. ----- Isistatome visas apskaičiuotas reikšmes: $\sqrt[3]{27^3} - \sqrt[3]{-8} + (\sqrt{3} + \sqrt{12})^2 = 27 - (-2) + 27 =$ $= 27 + 2 + 27 = 56$. Nojus kartu su draugais sėkmingai išsprendė paskutinę užduotį ir atrakino spyną! Ats.: 56.	1	Už teisingą atsakymą.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad nei iš 6, nei iš 24 neįmanoma ištraukti šaknies taip, kad gautumėte natūraliuosius skaičius.

2 užuomina. Pagalvokite, ar šaknų sandaugą galima užrašyti kitaip – galbūt kaip vieną šaknį, kurios viduje būtų sandauga.

3 užuomina. Kai sandauga užrašyta po vienu šaknies ženklu, patikrinkite, ar naujas skaičius nėra kvadratas, iš kurio galėtumėte ištraukti šaknį.

2 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad iš skaičių 75, 12 ir 48 neįmanoma ištraukti šaknies taip, kad gautumėte natūraliuosius skaičius, todėl reikia ieškoti būdų, kaip šiuos skaičius supaprastinti.

2 užuomina. Patikrinkite, ar pošaknyje esančius skaičius galima išskaidyti į 3 ir kito skaičiaus sandaugą, nes tai padės suvienodinti šaknis.

3 užuomina. Pritaikykite savybę, kad šaknis iš sandaugos lygi šaknų iš dauginamųjų sandaugai. Kur galima, ištraukite šaknį.

4 užuomina. Kai šaknis užrašysite taip, kad visur po šaknies ženklu liktų 3, pastebėsite, kad visos šaknys tampa panašios, todėl galite sudėti jų koeficientus.

3 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad kubinė šaknis ir kėlimas trečiuoju laipsniu yra vienas kitą panaikinantys veiksmai. Prisiminkite, kad kubinės šaknys gali būti ištrauktos ir iš neigiamų skaičių.

2 užuomina. Pritaikykite dviejų narių sumos kvadrato formulę $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ir apskaičiuokite $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$.

3 užuomina. Kai apskaičiuosite kiekvieną dalį atskirai (kubines šaknis ir kvadratinę išraišką), atlikite atitinkamus veiksmus (atimkite arba sudėkite) ir gausite galutinį atsakymą.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Skaičiai ir skaičiavimai	Realieji skaičiai - Kvadratinė ir kubinė šaknys	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Realieji skaičiai - Kvadratinė ir kubinė šaknys	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
3			Realieji skaičiai - Kvadratinė ir kubinė šaknys	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

Maratonas ir aibės

Bendroji įvestis

Pastaraisiais metais maratonas visame pasaulyje yra ne tik sporto renginys, bet ir socialinis reiškinys. Anksčiau maratono distanciją bėgdavo daugiausia profesionalūs sportininkai, o šiandien maratono renginiuose dalyvauja įvairaus amžiaus ir fizinio pasirengimo žmonės. Daugumai dalyvių svarbu ne tik įveikti maratoną, bet ir susitikti su bendraminčiais, pasidžiaugti bėgimo malonumu.

Į renginį „Greičiau už vėją (arba bent jau už savo šešėlį)“ užsiregistravo 90 dalyvių. Jie galėjo rinktis skirtingų ilgių trasas pagal savo pajėgumą: visą maratoną, pusmaratonį arba 10 km distanciją. Bėgikams pagal registravimosi eilę suteikti numeriai nuo 1 iki 90. Kiekvienam dalyviui, įveikusiam trasą, bus įteikta dovana: lyginis numeris turintys dalyviai gaus gertuvę, o nelyginis – kepuraitę.

Užduotys

1 užduotis

Trijų skaičių aibių apibrėžtys:

- A – aibė registracijos numerių tų bėgikų, kurie nusprendė įveikti 42 km (visą maratoną).
- B – aibė registracijos numerių tų bėgikų, kurie nusprendė įveikti ne trumpesnę nei 21 km nuotolį (pusmaratonį arba visą maratoną).
- C – aibė registracijos numerių visų bėgikų, kurie nusprendė dalyvauti maratone ir bėgti ne trumpesnę nei 10 km nuotolį.

Pasirinkite tinkamus sąryšių simbolius ($\subset$, $\supset$, $\subseteq$, $\supseteq$) ir juos įrašykite vietoje klaustukų tarp aibių A , B ir C , kad sąryšiai būtų teisingi: $A ? B ? C$. Paaiškinkite, kaip gavote atsakymą.

2 užduotis

Dviejų skaičių aibių apibrėžtys:

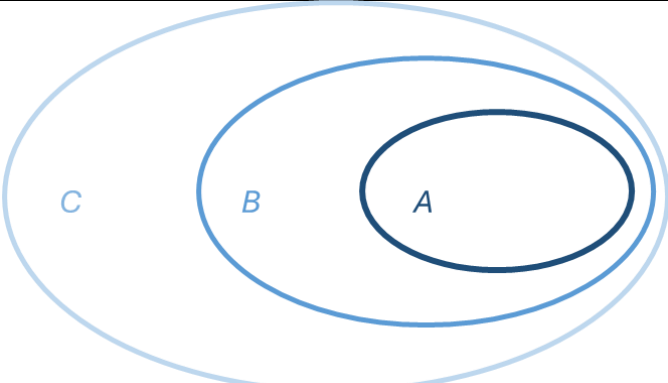
- G – aibė registracijos numerių tų bėgikų, kurie gaus gertuvę (lyginiai numeriai).
- K – aibė registracijos numerių tų bėgikų, kurie gaus kepuraitę (nelyginiai numeriai).

Pasirinkite, kuri iš lygybių yra teisinga.

A.	B.	C.	D.
$G = \{2n : n \in N\}$	$K = \{2n - 1 : n \in N\}$	$K = \{2n + 1 : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$	$G = \{2n : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$

Trumpai paaiškinkite, kodėl pasirinkote arba atmetėte kiekvieną iš atsakymų **A**, **B**, **C**, **D**.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	4	
 Reikia išsiaiškinti, kokie yra aibių A, B, C sąryšiai, ir naudojant simbolius ($\subset$, $\supset$, $\subseteq$, $\supseteq$) juos įvardyti. Sąryšis tarp A ir B Kas priklauso A? Aibė A apima tik tuos bėgikus, kurie bėga visą maratoną (42 km). Kas priklauso B? Aibė B apima tuos bėgikus, kurie bėga 21 km arba daugiau, t. y. pusmaratonį (21 km) arba visą maratoną (42 km). Sąryšis Jeigu renginyje nėra bėgikų, bėgančių tik pusmaratonį (21 km), tada $A = B$, nes visi B nariai yra viso maratono bėgikai. Tačiau, jeigu yra bėgikų, kurie bėga tik pusmaratonį, tada $A \subset B$, nes visi maratono bėgikai įveikia pusmaratonį, bet ne visi pusmaratono bėgikai įveikia visą maratoną. Išvada: kadangi abu atvejai yra galimi, tarp A ir B visada galioja santykis $A \subseteq B$.	2	1 taškas – už įrašytą teisingą sąryšio simbolį tarp aibių A ir B. 1 taškas – už trumpą žodinį paaiškinimą.
Sąryšis tarp B ir C Kas priklauso B? Aibė B apima tuos bėgikus, kurie bėga 21 km arba daugiau, t. y. pusmaratonį (21 km) arba visą maratoną (42 km). Kas priklauso C? Aibė C apima visus bėgikus, kurie nusprendė dalyvauti maratone, t. y. bėga ne trumpesnę nei 10 km distanciją. Sąryšis	2	1 taškas – už įrašytą teisingą sąryšio simbolį tarp aibių B ir C. 1 taškas – už trumpą žodinį paaiškinimą.

Visi bėgikai, kurie priklauso aibei B (bėga 21 km arba daugiau), dalyvauja maratone, nes jų distancija yra ne trumpesnė nei 10 km. Jeigu renginyje visi bėgikai bėga tik 21 km arba 42 km, tada $B = C$. Tačiau, jei yra bėgikų, kurie bėga tik 10 km, tada $B \subset C$, nes pusmaratonio ir maratono bėgikai įveikia 10 km, bet ne visi 10 km bėgikai įveikia daugiau nei 10 km. Išvada: kadangi abu atvejai yra galimi, tarp B ir C visada galioja santykis $B \subseteq C$. Kadangi: 1. Visi viso maratono dalyviai yra ir pusmaratonio dalyviai ($A \subseteq B$). 2. Visi pusmaratonio dalyviai yra ir 10 km bėgantys dalyviai ($B \subseteq C$). Galutinis santykis tarp aibių yra $A \subseteq B \subseteq C$. Ats.: $A \subseteq B \subseteq C$.		
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	4	
Išnagrinėkime atsakymo variantą A. Ar tiesa, kad $G = \{2n : n \in N\}$? Pagal užduoties sąlygą, G yra bėgikų lyginių registracijos numerių aibė. Dvi aibės yra lygios, kai visi jų elementai sutampa. Parodysime, kad ne visi aibių G ir $\{2n : n \in N\}$ elementai sutampa. Pvz., skaičius $92 \in \{2n : n \in N\}$, bet, pagal sąlygą, renginyje užsiregistravo dalyvauti tik 90 bėgikų, kurių registracijos numeriai yra nuo 1 iki 90. Išvada: 92 nepriklauso aibei G, todėl G nėra lygi aibei $\{2n : n \in N\}$. $G \neq \{2n : n \in N\}$. Išvada: atsakymo variantas A netinka.	1	Už teisingai atmestą variantą ir trumpą paaiškinimą.
Išnagrinėkime atsakymo variantą B. Ar tiesa, kad $K = \{2n - 1 : n \in N\}$? Pagal užduoties sąlygą, K yra bėgikų nelyginių registracijos numerių aibė. Dvi aibės yra lygios, kai visi jų elementai sutampa. Parodysime, kad ne visi aibių K ir	1	Už teisingai atmestą variantą ir trumpą paaiškinimą.

$\{2n - 1 : n \in N\}$ elementai sutampa. Pvz., skaičius $91 \in \{2n - 1 : n \in N\}$, bet 91 negali būti skaičių aibės K elementas, nes bėgikų numeriai negali būti didesni už 90. Išvada: aibė K nėra lygi aibei $\{2n - 1 : n \in N\}$. $K \neq \{2n - 1 : n \in N\}$. Išvada: atsakymo variantas B netinka.		
Išnagrinėkime atsakymo variantą C. Ar tiesa, kad $K = \{2n + 1 : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$? Dvi aibės yra lygios, kai visi jų elementai sutampa. Parodysime, kad ne visi aibių K ir $\{2n + 1 : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$ elementai sutampa. Pvz., skaičius 1 tikrai priklauso aibei K, bet nepriklauso aibei $\{2n + 1 : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$, nes visi šiai aibei priklausančys skaičiai yra didesni arba lygus 3. Išvada: aibė K nėra lygi aibei $\{2n + 1 : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$. $K \neq \{2n + 1 : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$. Išvada: atsakymo variantas C netinka.	1	Už teisingai atmestą variantą ir trumpą paaiškinimą.
Išnagrinėkime atsakymo variantą D. Ar tiesa, kad $G = \{2n : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$? Pagal užduoties sąlygą, G yra bėgikų lyginių registracijos numerių aibė – nuo 2 iki 90. Aibė $\{2n : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$ taip pat apima visus lyginius skaičius nuo 2 iki 90. Vadinasi, aibių G ir $\{2n : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$ visi elementai sutampa. Išvada: $G = \{2n : n \in N, 1 \leq n \leq 45\}$. Gauname, kad atsakymo variantas D mums tinka. Ats.: teisingas uždavinio atsakymas yra D.	1	Už pasirinktą teisingą variantą ir trumpą paaiškinimą.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Pagal uždavinio sąlygą, aibė A apima tik tuos bėgikus, kurie bėga visą maratoną (42 km), aibė B – bėgikus, kurie bėga bent 21 km, o aibė C – visus, kurie dalyvauja maratone (bėga bent 10 km). Kad nustatytumėte sąryšį tarp aibių, pagalvokite, ar visi vienos aibės nariai priklauso kitai aibei. Pavyzdžiui, ar visi viso maratono dalyviai (A) taip pat yra ir pusmaratono dalyviai (B)?

2 užuomina. Patikrinkite, ar aibės gali sutapti. Pavyzdžiui, ar gali būti, kad visi bėgikai, bėgantys 21 km, kartu bėga ir 42 km? Jei taip, tada $A = B$.

3 užuomina. Kad nurodytumėte teisingą sąryšį tarp aibių, pasitelkite logiką: jei visi vienos aibės nariai priklauso kitai, tačiau ne atvirkščiai, įrašykite $\subset$. Jei aibės gali sutapti, įrašykite $\subseteq$, nes šis simbolis apima ir poaibio, ir lygybės atvejus.

4 užuomina. Kadangi turite apsvarstyti sąryšį tarp visų trijų aibių, pradėkite nuo didžiausios aibės (C) ir eikite mažėjančia tvarka: ar visi B nariai priklauso C ? Ar visi A nariai priklauso B ? Tai padės nustatyti hierarchiją ($A ? B ? C$).

2 užduotis

1 užuomina. Pirmiausia pagalvokite, kas turėtų priklausyti aibėms G ir K . Aibė G apima lyginius bėgikų registracijos numerius (2, 4, 6, ...), o aibė K apima nelyginius registracijos numerius (1, 3, 5, ...). Numeriai yra apriboti nuo 1 iki 90, todėl aibėms turėtų priklausyti tik šio intervalo skaičiai.

2 užuomina. Dvi aibės yra lygios, kai visi jų elementai sutampa.

Parodykite, kad visi aibių G ir $\{2n : n \in N\}$ elementai sutampa.

Ar aibė $\{2n : n \in N\}$ apima visus lyginius skaičius nuo 2 iki 90? Ar aibei nepriklauso skaičiai, kurie nėra registracijos numeriai, pavyzdžiui, 92?

3 užuomina. Parodykite, kad visi aibių K ir $\{2n - 1 : n \in N\}$ elementai sutampa.

Ar aibė $\{2n - 1 : n \in N\}$ apima visus nelyginius skaičius nuo 1 iki 89? Ar aibei nepriklauso skaičiai, kurie nėra registracijos numeriai, pavyzdžiui, 91?

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Skaičiai ir skaičiavimai	Realieji skaičiai - Skaičių aibės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	4
2			Realieji skaičiai - Skaičių aibės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	4

Naujas Rugilės paspirtukas

Bendroji įvestis

Rugilė svajoja apie elektrinį paspirtuką ir planuoja, kad jį nauduos kasdienėms kelionėms. Mergaitės akį patraukė modelis, kurio kaina – 1200 eurų. Tačiau visos sumos iškart Rugilė sumokėti negali, nes neturi. Ji yra susitaupiusi 300 eurų, kuriuos gali iškart panaudoti kaip pradinį įnašą. Iš kur gauti likusius 900 eurų, svarsto kelias galimybes:

1. Pasirinkti parduotuvėje „Švilpukas“ siūlomą lizingo planą: 300 eurų pradinis įnašas ir 24 mėnesius mokėti po 54 eurus.
2. Pasirinkti parduotuvėje „Paspirtukų karalius“ siūlomą lizingo planą: 300 eurų pradinis įnašas ir 18 mėnesių mokėti po 67 eurus.
3. Pasiskolinti 900 eurų iš draugo Domo, kuris prašytų 10 % metinių paprastųjų palūkanų ir visą skolą grąžinti vienu kartu po dvejų metų.
4. Pasiskolinti 900 eurų iš draugo Martyno, kuris siūlo 8 % metines paprastąsias palūkanas, bet visą skolą reikėtų grąžinti vienu kartu, praėjus 18 mėnesių.

Rugilei reikia pagalbos skaičiuojant ir apsisprendžiant, kuris variantas būtų naudingiausias tuo požiūriu, kad bendra už paspirtuką sumokėta suma būtų mažiausia.

Skaičiavimams naudokite metinių paprastųjų palūkanų formulę:

$$P_t = S \cdot \frac{p}{100} \cdot t,$$

kur:

- S – pasiskolinta suma,
- p – metinių paprastųjų palūkanų norma,
- t – skolos laikotarpis metais.

Užduotys

1 užduotis

Įvertinkite pirmas dvi galimybes: palyginkite, kiek kainuotų elektrinis paspirtukas, jei Rugilė pasirinktų lizingo planą parduotuvėje „Švilpukas“ arba parduotuvėje „Paspirtukų karalius“. Kuriuo atveju paspirtukas kainuotų mažiau?

2 užduotis

Palyginkite trečią ir ketvirtą galimybes: apskaičiuokite, kiek eurų Rugilė turėtų grąžinti kiekvienam draugui.

- Jei skolintųsi iš Domo ir grąžintų sumą po 2 metų su 10 % metinėmis paprastosiomis palūkanomis.
- Jei skolintųsi iš Martyno ir grąžintų sumą po 18 mėnesių su 8 % metinėmis paprastosiomis palūkanomis.

Kurio draugo pasiūlymas Rugilei palankesnis? Nepaisykite to, kad grąžinti skolą per 2 metus patogiau nei per 18 mėnesių.

3 užduotis

Perskaičiuokite palūkanas pagal metinių paprastųjų palūkanų formulę ir palyginkite visų keturių pasiūlymų palūkanų normas. Kurio pasiūlymo metinė palūkanų norma mažiausia?

Laikykite, kad Rugilė iš pardavėjo skolintųsi tokią pinigų sumą, kuri yra lygi prekės kainos ir pradinio įnašo skirtumui.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Apskaičiuokime bendrą sumą, kurią Rugilė sumokėtų, pasirinkusi lizingo pasiūlymus abejose parduotuvėse. Parduotuvė „Švilpukas“: pradinė įmoka 300 €, mėnesinė įmoka 54 €, mokėjimo laikotarpis 24 mėnesiai. Bendra mėnesinių įmokų suma: $54 \cdot 24 = 1296$ €. Bendra paspirtuko kaina perkant lizingu: $300 + 1296 = 1596$ €.	1	Už teisingai apskaičiuotą paspirtuko kainą perkant jį lizingu parduotuvėje „Švilpukas“.
Parduotuvė „Paspirtukų karalius“: pradinė įmoka 300 €, mėnesinė įmoka 67 €, mokėjimo laikotarpis 18 mėnesių. Bendra mėnesinių įmokų suma: $67 \cdot 18 = 1206$ €. Bendra paspirtuko kaina perkant lizingu: $300 + 1206 = 1506$ €.	1	Už teisingai apskaičiuotą paspirtuko kainą perkant jį lizingu parduotuvėje „Paspirtukų karalius“.
Lizingo planas parduotuvėje „Paspirtukų karalius“ (1506 €) yra pigesnis nei planas parduotuvėje „Švilpukas“ (1596 €). Ats.: parduotuvėje „Paspirtukų karalius“ paspirtukas kainuotų mažiau.	1	Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Pasinaudosime metinių paprastųjų palūkanų formule: $P_t = S \cdot \frac{p}{100} \cdot t,$ kur: S – pasiskolinta suma, p – metinių paprastųjų palūkanų norma, t – skolos laikotarpis metais. Domo pasiūlymas: pasiskolinta suma $S = 900$ €,	1	Už teisingai apskaičiuotą bendrą grąžinamą sumą, pasiskolinus iš Domo.

palūkanų norma $p = 10 \%$, grąžinimo laikotarpis $t = 2$ metai. Skačiuojame palūkanas: $P_2 = 900 \cdot \frac{10}{100} \cdot 2 = 900 \cdot 0,2 = 180 \text{ €}.$ Bendra grąžinama suma po 2 metų: $S_2 = S + P_2 = 900 + 180 = 1080 \text{ €}.$ Jei Rugilė pasiskolintų iš Domo, ji turėtų grąžinti 1080 €.		
Martyno pasiūlymas: pasiskolinta suma $S = 900 \text{ €}$, palūkanų norma $p = 8 \%$, grąžinimo laikotarpis $t = \frac{18}{12} = 1,5$ metų. Skačiuojame palūkanas: $P_{1,5} = 900 \cdot \frac{8}{100} \cdot 1,5 = 900 \cdot 0,12 = 108 \text{ €}.$ Bendra grąžinama suma po 1,5 metų: $S_{1,5} = S + P_{1,5} = 900 + 108 = 1008 \text{ €}.$ Jei Rugilė pasiskolintų iš Martyno, ji turėtų grąžinti 1008 €.	1	Už teisingai apskaičiuotą bendrą grąžinamą sumą, pasiskolinus iš Martyno.
Jei Rugilė pasiskolintų iš Domo, ji turėtų grąžinti 1080 € po 2 metų. Jei Rugilė pasiskolintų iš Martyno, ji turėtų grąžinti 1008 € po 18 mėnesių. Martyno pasiūlymas pagal bendrą grąžinamą sumą yra palankesnis. Ats.: Martyno pasiūlymas palankesnis.	1	Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Martyno ir Domo metinės palūkanų normos jau yra nurodytos sąlygose (8 % ir 10 %). Lieka apskaičiuoti, kokias palūkanų normas siūlo parduotuvės „Švilpukas“ ir „Paspirtukų karalius“. Laikome, kad pirkėjas skolinasi iš pardavėjo pinigų sumą, lygią prekės kainos ir pradinio įnašo skirtumui. Pritaikysime paprastųjų palūkanų skaičiavimo formulę:	1	Už teisingai apskaičiuotą metinę palūkanų normą, perkant paspirtuką lizingu parduotuvėje „Švilpukas“.

$P_t = S \cdot \frac{p}{100} \cdot t,$ kur: • P_t – palūkanos už t metus, • S – pirkėjo pasiskolinta suma (gaunama iš prekės kainos atėmus pradinį įnašą), • p – metinė paprastųjų palūkanų norma (%), • t – skolos laikotarpis metais. Parduotuvė „Švilpukas“: prekės kaina 1200 €, pradinė įmoka 300 €, mėnesinė įmoka 54 €, mokėjimo laikotarpis $t = 2$ metai (24 mėnesiai). Bendra grąžintina suma: $300 + 54 \cdot 24 = 300 + 1296 = 1596$ €. Bendros palūkanos: $P_t = 1596 - 1200 = 396$ €. Pasiskolinama suma: $S = 1200 - 300 = 900$ €. Palūkanų norma (p): $p = \frac{P_t}{S \cdot t} \cdot 100 = \frac{396}{900 \cdot 2} \cdot 100 = 22 \%$ Perkant paspirtuką lizingu parduotuvėje „Švilpukas“, 900 € paskola 24 mėnesių laikotarpiui suteikiama su 22 % palūkanų norma.		
Parduotuvė „Paspirtukų karalius“: prekės kaina 1200 €, pradinė įmoka 300 €, mėnesinė įmoka 67 €, mokėjimo laikotarpis $t = 1,5$ metų (18 mėnesių). Bendra grąžintina suma: $300 + 67 \cdot 18 = 300 + 1206 = 1506$. Bendros palūkanos: $P_t = 1506 - 1200 = 306$ €. Pasiskolinama suma: $S = 1200 - 300 = 900$ €. Palūkanų norma (p): $p = \frac{P_t}{S \cdot t} \cdot 100 = \frac{306}{900 \cdot 1,5} \cdot 100 = 22,67 \%$ Perkant paspirtuką lizingu parduotuvėje „Paspirtukų karalius“, 900 € paskola 18 mėnesių laikotarpiui suteikiama su 22,67 % palūkanų norma.	1	<i>Už teisingai apskaičiuotą metinę palūkanų normą, perkant paspirtuką lizingu parduotuvėje „Paspirtukų karalius“.</i>
Palūkanų normos kiekvienu atveju yra:	1	<i>Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.</i>

„Švilpukas“ – 22 %, „Paspirtukų karalius“ – 22,67 %, Domo paskola – 10 %, Martyno paskola – 8 %. Mažiausią palūkanų normą siūlo Martynas (8 %). Ats.: Martyno pasiūlymo palūkanų norma yra mažiausia (8 %).		
Pastabos		
<i>Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.</i>		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite bendrą sumą, kurią Rugilė sumokėtų už paspirtuką parduotuvėje „Švilpukas“. Nepamirškite sudėti pradinio įnašo (300 €) ir visų mėnesinių įmokų.

2 užuomina. Apskaičiuokite bendrą sumą, kurią Rugilė sumokėtų už paspirtuką parduotuvėje „Paspirtukų karalius“. Taip pat sudėkite pradinį įnašą (300 €) ir visų mėnesinių įmokų sumą.

3 užuomina. Palyginkite apskaičiuotas bendras paspirtuko kainas abejose parduotuvėse.

2 užduotis

1 užuomina. Panaudokite formulę paprastosioms palūkanoms apskaičiuoti:

$$P_t = S \cdot \frac{p}{100} \cdot t,$$

kur:

- S – pasiskolinta suma,
- p – metinių paprastųjų palūkanų norma,
- t – skolos laikotarpis metais.

2 užuomina. Pritaikykite formulę Domo siūlomai paskolai ($S = 900$ €, $p = 10$ %, $t = 2$ metai) ir apskaičiuokite bendras metines palūkanas. Nepamirškite pridėti šių palūkanų prie pradinės sumos.

3 užuomina. Pritaikykite tą pačią formulę Martyno siūlomai paskolai ($S = 900$ €, $p = 8$ %, $t = 1,5$ metų) ir apskaičiuokite bendras palūkanas. Nepamirškite pridėti šių palūkanų prie pradinės sumos.

4 užuomina. Palyginkite bendrą grąžintiną sumą abiem atvejais ir nustatykite, kurio draugo pasiūlymas palankesnis.

3 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite pirmų dviejų pasiūlymų metines palūkanų normas, t. y., kokios palūkanos būtų perkant parduotuvėse „Švilpukas“ ir „Paspirtukų karalius“. Pasinaudokite formule palūkanų normai apskaičiuoti:

$$p = \frac{P_t}{S \cdot t} \cdot 100,$$

kur:

- P_t – palūkanos už t metus,
- S – pirkėjo pasiskolinta suma (gaunama iš prekės kainos atėmus pradinį įnašą),
- t – skolos laikotarpis metais.

2 užuomina. Apskaičiuokite bendrą mokėtiną sumą perkant parduotuvėje „Švilpukas“. Iš jos atimkite prekės kainą ir gausite bendrą palūkanų sumą. Pirkėjo pasiskolinta suma yra 900 €, grąžinimo laikotarpis – 24 mėnesiai (2 metai). Dabar turite visus dėmenis, reikalingus palūkanų normai apskaičiuoti.

3 užuomina. Apskaičiuokite bendrą mokėtiną sumą parduotuvėje „Paspirtukų karalius“. Iš jos atimkite prekės kainą ir gausite bendrą palūkanų sumą. Pirkėjo pasiskolinta suma yra 900 €, grąžinimo laikotarpis – 18 mėnesių (t. y. 1,5 metų). Dabar turite visus dėmenis, reikalingus palūkanų normai apskaičiuoti.

4 užuomina. Palyginkite apskaičiuotas palūkanų normas parduotuvėse su draugų paskolų palūkanų normomis (Domas – 10 %, Martynas – 8 %) ir nustatykite, kuri metinė palūkanų norma mažiausia.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Skaičiai ir skaičiavimai	Finansiniai skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	3
2			Finansiniai skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	3
3			Finansiniai skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	3

8 KLASĖ, MODELIAI IR SĄRYŠIAI

Pabaisiukų taškai

Bendroji įvestis

„Monster Walk“ – žaidimas išmaniuoju telefonu, kurį žaidžiant reikia lankyti realias vietas ir gaudyti „kišeninius monstrus“ – pabaisiukus. Kad būtų galima pagauti kuo vertingesnį pabaisiuką, reikia kelti lygį, o tam reikia rinkti patirties taškus (XP).

Žaidėjas pradeda žaisti nuo pirmojo lygio, turėdamas 0 XP. Kad pasiektų antrąjį lygį, jam reikia surinkti 1 000 XP. Kad iš antrojo lygio patektų į trečiąjį, reikia surinkti dar 2 000 XP, iš trečiojo į ketvirtąjį – 3 000 XP ir t. t. Apibendrintai sakant, žaidėjui, norint pasiekti vienetu aukštesnį lygį negu jis jau yra pasiekęs, reikia papildomai surinkti tiek tūkstančių XP taškų, koks yra jau pasiekto lygio numeris.

Lygio Nr.	Lygiui pasiekti reikalingi papildomi taškai (XP)	Iš viso lygiui pasiekti reikalingi taškai (XP)
1	0	0
2	1 000	1 000
3	2 000	3 000
4	3 000	6 000
5	4 000	10 000
...	...	...

Užduotys

1 užduotis

Baikite pildyti lentelę. Į keturis neužpildytus lentelės langelius įrašykite reikiamus skaičius.

Lygis	Lygiui pasiekti reikalingi papildomi taškai (XP)	Iš viso lygiui pasiekti reikalingi taškai (XP)
1	0	0
2	1 000	1 000
3	2 000	3 000

4	3 000	6 000
5	4 000	10 000
6		
7		

2 užduotis

Matematinio reiškinio užrašykite, kaip apskaičiuoti, kiek papildomų taškų žaidėjas turi surinkti, kad pereitų iš $n-1$ lygio į n -ąjį lygį. Paaiškinkite, kokia įvestyje pateikta informacija rėmėtės reiškiniai užrašyti.

3 užduotis

Kiek **iš viso** taškų reikia surinkti žaidėjui, kad jis pasiektų 21-ąjį lygį? Pateikite skaičiavimus ir juos paaiškinkite.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas				
Sprendimas ir/arba atsakymas			Taškai	Taškų paaiškinimas
Lygis	Lygiui pasiekti reikalingi papildomi taškai (XP)	Iš viso lygiui pasiekti reikalingi taškai (XP)	1	Už teisingai užpildytą lentelę.
	1	0		
	2	1 000		
	3	2 000		
	4	3 000		
	5	4 000		
	6	5 000		
	7	6 000		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Iš įvesties žinoma, kad žaidėjui, norint pasiekti vienetu aukštesnį lygį negu jis jau yra pasiekęs, reikia papildomai surinkti tiek tūkstančių XP, koks yra jau pasiekto lygio numeris. Kadangi žaidėjas jau yra n-1 lygyje,	1	Už teisingą pagrindimą, kuris gali būti suformuluotas ir kitais žodžiais.
tai n-ajam lygiui pasiekti reikia $(n - 1) \cdot 1000$ XP.	1	Už teisingą atsakymą.

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Kad suskaičiuotume, kiek iš viso XP reikia, norint pasiekti 21-ąjį lygį, reikia sudėti visus iki to lygio reikalingus surinkti papildomus XP: $1000 + 2000 + 3000 + 4000 + \dots + 19000 + 20000$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą, pvz., sudarytą reiškinių $1000 + 2000 + 3000 + 4000 + \dots + 19000 + 20000$ arba jam ekvivalentų.
Pastebime, kad, sudėjus mažiausią ir didžiausią taškų skaičių, gaunamas 21000. Tiek pat gaunama sudėjus antrą pagal mažumą ir didumą taškų skaičius, trečią pagal mažumą ir didumą ir t. t. Turime 10 porų sudėčių: $(1000 + 20000) + (2000 + 19000) + (3000 + 18000) + \dots + (10000 + 11000)$	1	Už pasirinktą teisingą strategiją ir paaiškinimą. Jei prieš skliaustus iškeliamas 1000 ir toliau skaičiavimais parodoma ta pati savybė, taškas skiriamas.
Vadinasi, supaprastintai galima apskaičiuoti taip: $10 \cdot 21000 = 210000$ (XP)	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kaip kinta lygiui pasiekti reikalingų papildomų taškų skaičius.

2 užuomina. Koks yra 2 ir 3 lygiui pasiekti reikalingų papildomų taškų skaičių skirtumas? Koks yra 3 ir 4 lygių skirtumas? 4 ir 5?

3 užuomina. Iš viso lygiui pasiekti reikalingi taškai gaunami sudedant visus iki tol lygiams pasiekti reikalingus papildomus taškus.

2 užduotis

1 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kiek tūkstančių taškų reikia papildomai surinkti, norint pasiekti 4 lygį. O norint pasiekti 5 lygį?

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį į žodinę taisyklę įvestyje – žaidėjui, norint pasiekti vienetu aukštesnį lygį negu jis jau yra pasiekęs, reikia papildomai surinkti tiek tūkstančių XP, koks yra jau pasiekto lygio numeris.

3 užduotis

1 užuomina. Kad suskaičiuotume, kiek iš viso reikia XP, norint pasiekti 21-ąjį lygį, reikia sudėti visus iki to lygio reikalingus surinkti papildomus XP.

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kam lygi 2 ir 21 lygiui pasiekti reikalingų papildomų taškų suma. O 3 ir 20? 4 ir 19?

3 užuomina. Kiek vienodos sumos skaičių porų galima taip sudaryti?

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8	Modeliai ir sąryšiai	Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Matematinis komunikavimas	AMG	Patenkinamas	1
2			Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Matematinis komunikavimas	AMG	Pagrindinis	2
3			Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	3

Naujas Otilijos įvaizdis ir lygčių sistemos

Bendroji įvestis

Artėja rugsėjo 1-oji. Vasarą Otilijos aprangos stilius visiškai pasikeitė. Peržiūrėjusi drabužių spintą ji suprato, kad šaltuoju sezonu neturės ką apsirengti, nes trūksta jos stiliaus šiltų drabužių. Otilijai reikia naujų kelnų, megztinių, marškinėlių ilgomis rankovėmis ir šilto rudeninio palto.

Mėgstamiausioje jos drabužių parduotuvėje vyksta akcija – visos vienos kategorijos prekės parduodamos ta pačia akcine kaina: visos kelnės po x Eur, visi marškinėliai ilgomis rankovėmis po y Eur, visi megztiniai po z Eur. Ištuštinusi taupyklę, Otilija su savo broliu iškeliavo apsipirkti į prekybos centrą.

Užduotys

1 užduotis

Otilija už trejas kelnas ir dvejus marškinėlius ilgomis rankovėmis sumokėjo 84 Eur, jos brolis už dvejas kelnas ir marškinėlius sumokėjo 52 Eur. Kiek kainuoja kelnės? Sudarykite lygčių sistemą ir ją išspręskite. Atsakymą pateikite eurai.

2 užduotis

Otilijos išsirinktas šiltas rudeninis paltas kainuoja m Eur – tiek pat, kiek du megztiniai. Jei megztinis kainuotų 5 Eur pigiau, tai už palto kainą būtų galima nusipirkti net tris megztinius. Kiek kainuoja Otilijos išsirinktas paltas? Sudarykite lygčių sistemą ir ją išspręskite. Atsakymą pateikite eurai.

3 užduotis

Apsipirkusi Otilija pastebėjo, kad dar liko pinigų. Ji nusprendė pasižvalgyti po avalynės skyrių. Atidžiai apžiūrėjusi parduotuvės asortimentą, Otilija išsirinko jai patinkančių batų porą. Pamačiusi kainą suprato, kad galėtų juos nusipirkti, tik jei iš brolio pasiskolintų 7 Eur. Brolis taip pat išsirinko batų porą už tą pačią kainą. Jam po apsipirkimo liko 1,5 karto daugiau pinigų nei Otilijai. Brolis ir sesuo suskaičiavo, kad sudėję abiejų pinigų turėtų būtent tiek, kiek kainuoja dvi batų poros – po porą kiekvienam. Kiek kainavo batų pora? Sudarykite lygčių sistemą ir ją išspręskite. Atsakymą pateikite eurai.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pagal duotą uždavinio sąlygą kelnių kainą pažymime x, o marškinėlių ilgomis rankovėmis y. Sudarome lygčių sistemą: $\begin{cases} 3x + 2y = 84, \\ 2x + y = 52. \end{cases}$	1	Už sudarytą teisingą lygčių sistemą.
Sprendžiame lygčių sistemą keitimo būdu. Išreiškiame y iš antrosios lygties: $\begin{cases} 3x + 2y = 84, \\ y = 52 - 2x. \end{cases}$ Gautą y išraišką įstatome į pirmąją lygtį: $\begin{cases} 3x + 2(52 - 2x) = 84, \\ y = 52 - 2x; \\ 3x + 104 - 4x = 84, \\ y = 52 - 2x; \\ 104 - x = 84, \\ y = 52 - 2x; \\ x = 20, \\ y = 52 - 2x. \end{cases}$ Gavome $x = 20$, tai reiškia, kad kelnių kaina yra 20 Eur. Baigiame spręsti lygčių sistemą. Gautą x reikšmę įstatome į pirmąją lygtį: $\begin{cases} x = 20, \\ y = 52 - 2 \cdot 20; \\ x = 20, \\ y = 12. \end{cases}$ Patikriname, ar gautoji x ir y reikšmių pora yra sistemos sprendinys, t. y., ar ji tenkina abi sistemos lygtis: $\begin{cases} 3 \cdot 20 + 2 \cdot 12 = 84, \\ 2 \cdot 20 + 12 = 52; \\ 60 + 24 = 84, \\ 40 + 12 = 52. \end{cases}$ Lygybės teisingos. Ats.: 20 Eur.	1	Už gautą teisingą atsakymą (teisingai išspręstą lygčių sistemą ir apskaičiuotą kelnių kainą).
Pastabos		
1 pastaba. Lygčių sistemą galima spręsti keitimo, sudėties, sulyginimo būdais, svarbiausia, kad gautas atsakymas būtų teisingas.		
2 pastaba. Galima nebaigti spręsti lygčių sistemos, jeigu kelnių kaina apskaičiuota anksčiau už marškinėlių ilgomis rankovėmis kainą.		
3 pastaba. Taškas už teisingai išspręstą lygčių sistemą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 20 reiškia eurus.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas

	2	
Pagal duotą uždavinio sąlygą palto kainą pažymime m, o megztinio kainą z. Sudarome lygčių sistemą: $\begin{cases} m = 2z, \\ m = 3(z - 5). \end{cases}$	1	<i>Už sudarytą teisingą lygčių sistemą.</i>
Sprendžiame lygčių suliginimo būdu (pirmosios lygties dešiniąją pusę suliginame su antrosios lygties dešiniąja puse): $\begin{aligned} 2z &= 3(z - 5); \\ 2z &= 3z - 15 \quad - 3z; \\ -z &= -15 \quad : (-1); \\ z &= 15 \text{ (Eur)}. \end{aligned}$ Gautą z reikšmę įstatome į pirmąją lygtį: $m = 2z = 2 \cdot 15 = 30 \text{ (Eur)}.$ Patikriname, ar gautoji m ir z reikšmių pora yra sistemos sprendinys, t. y., ar ji tenkina abi sistemos lygtis: $\begin{cases} 30 = 2 \cdot 15, \\ 30 = 3 \cdot (15 - 5); \\ 30 = 30, \\ 30 = 45 - 15. \end{cases}$ Lygybės teisingos. Ats.: 30 Eur.	1	<i>Už gautą teisingą atsakymą (teisingai išspręstą lygčių sistemą ir apskaičiuotą palto kainą).</i>
Pastabos		
1 pastaba. Lygčių sistemą galima spręsti keitimo, sudėties, suliginimo būdais, svarbiausia, kad gautas atsakymas būtų teisingas.		
2 pastaba. Galima nebaigti spręsti lygčių sistemos, jeigu palto kaina apskaičiuota anksčiau už megztinio kainą.		
3 pastaba. Taškas už teisingai išspręstą lygčių sistemą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 30 reiškia eurus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Otilijai likusių pinigų sumą pažymime a, o batų kainą b. Broliui likusių pinigų suma lygi $1,5a$. Sudarome lygčių sistemą: $\begin{cases} a + 7 = b, \\ a + 1,5a = 2b; \\ a + 7 = b, \\ 2,5a = 2b. \end{cases}$	1	<i>Už sudarytą teisingą lygčių sistemą.</i>
Sprendžiame lygčių sistemą keitimo būdu. Pirmoje lygtyje sukeičiame kairiąją ir dešiniąją puses: $\begin{cases} b = a + 7, \\ 2,5a = 2b. \end{cases}$	1	<i>Už gautą teisingą atsakymą (teisingai išspręstą lygčių sistemą ir apskaičiuotą batų kainą).</i>

<i>b</i> išraišką pirmojoje lygtyje įstatome į antrąją lygtį: $\begin{cases} b = a + 7, \\ 2,5a = 2(a + 7); \end{cases}$ $\begin{cases} b = a + 7, \\ 2,5a = 2a + 14 \quad - 2a; \end{cases}$ $\begin{cases} b = a + 7, \\ 0,5a = 14 \quad : 0,5; \end{cases}$ $\begin{cases} b = a + 7, \\ a = 28. \end{cases}$ Gautą <i>a</i> reikšmę įstatome į pirmąją lygtį: $\begin{cases} b = 28 + 7 = 35, \\ a = 28; \end{cases}$ $\begin{cases} b = 35, \\ a = 28. \end{cases}$ Patikriname, ar gautoji <i>a</i> ir <i>b</i> reikšmių pora yra sistemos sprendinys, t. y., ar ji tenkina abi sistemos lygtis: $\begin{cases} 28 + 7 = 35, \\ 28 + 1,5 \cdot 28 = 2 \cdot 35; \end{cases}$ $\begin{cases} 28 + 7 = 35, \\ 28 + 42 = 70. \end{cases}$ Lygybės teisingos. Ats.: 35 Eur.		
Pastabos		
1 pastaba. Lygčių sistemą galima spręsti keitimo, sudėties, sulyginimo ar kitais būdais, svarbiausia, kad gautas atsakymas būtų teisingas.		
2 pastaba. Galima nebaigti spręsti lygčių sistemos, jeigu batų kaina apskaičiuota anksčiau už Otilijai likusių pinigų sumą.		
3 pastaba. Taškas už teisingai išspręstą lygčių sistemą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 35 reiškia eurus.		
4 pastaba. Galima panaudoti 3 nežinomuosius – Otilijai likusių pinigų sumą, broliui likusių pinigų sumą ir batų kainą.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Kelnių kainą pažymėkite raide x , o marškinėlių ilgomis rankovėmis y .

2 užuomina. Pirmojo sakinio teiginį „Otilija už trejas kelnes ir dvejus marškinėlius ilgomis rankovėmis sumokėjo 84 Eur“ galima užrašyti lygtimi $3x + 2y = 84$. Užrašykite lygtimi teiginį „jos brolis už dvejus kelnes ir marškinėlius sumokėjo 52 Eur“. Abi lygtis sujunkite į lygčių sistemą.

3 užuomina. Gavote lygčių sistemą, kuri atrodo taip:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 84, \\ 2x + y = 52. \end{cases}$$

Antrojoje lygčių sistemos lygtyje ($2x + y = 52$) išreikškite y .

4 užuomina. Gautą y išraišką ($y = 52 - 2x$) įstatykite į pirmąją lygčių sistemos lygtį ir apskaičiuokite x reikšmę.

2 užduotis

1 užuomina. Palto kainą pažymėkite raide m , o megztinio kainą z .

2 užuomina. Pirmojo sakinio teiginį „Otilijos išsirinktas šiltas rudeninis paltas kainuoja m Eur – tiek pat, kiek du megztiniai“ galima užrašyti lygtimi $m = 2z$. Užrašykite lygtimi teiginį „jei megztinis kainuotų 5 Eur pigiau, tai už palto kainą būtų galima nusipirkti net tris megztinius“. Abi lygtis sujunkite į lygčių sistemą.

3 užuomina. Gavote lygčių sistemą, kuri atrodo taip:

$$\begin{cases} m = 2z, \\ m = 3(z - 5). \end{cases}$$

Išspręskite šią sistemą sulyginimo būdu.

4 užuomina. Pirmosios lygties dešiniąją pusę sulyginkite su antrosios lygties dešiniąja puse: $2z = 3(z - 5)$. Išspręskite gautą lygtį su vienu nežinomuoju.

3 užduotis

1 užuomina. Otilijai likusių pinigų sumą pažymėkite raide a , o batų kainą b .

2 užuomina. Kaip būtų galima pažymėti Otilijos broliui likusių pinigų sumą, jei sąlygoje nurodyta, kad jam liko 1,5 karto daugiau pinigų nei Otilijai?

3 užuomina. Otilijos broliui likusių pinigų sumą galima pažymėti $1,5a$. Teiginį „Pamačiusi kainą suprato, kad galėtų juos nusipirkti, tik jei iš brolio pasiskolintų 7 Eur“ galima užrašyti lygtimi $a + 7 = b$. Užrašykite lygtimi teiginį „Brolis ir sesuo, sudėję abiejų pinigų, turėtų būtent tiek, kiek kainuoja dvi batų poros“. Abi lygtis sujunkite į lygčių sistemą.

4 užuomina. Gavote lygčių sistemą, kuri atrodo taip:

$$\begin{cases} a + 7 = b, \\ a + 1,5a = 2b. \end{cases}$$

Išspręskite šią sistemą keitimo būdu.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrūpis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Modeliai ir sąryšiai	Algebra – Lygčių sistemos	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Algebra – Lygčių sistemos	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
3			Algebra – Lygčių sistemos	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

Lino sodas ir nelygybių sprendimas

Bendroji įvestis

Linas laisvalaikio užsiima sodininkyste. Jis kasmet augina pomidorus, agurkus, moliūgus ir saldžiąsias paprikas. Pavasarį daržovių sėklas pasėja į mažus vazonėlius ir 45–60 dienų daigina jas ant palangės. Tada jau paaugusius 25–30 cm aukščio daigus perkelia į pakeltas lysves lauke. Lysvėse daigai auga dar 2–3 mėnesius, kol pagaliau galima mėgautis naminėmis daržovėmis.

Užduotys

1 užduotis

Šiomet moliūgams ir agurkams Linas planuoja skirti lysvę, kurioje telpa 20 daigų. Pavasarį jis neturėjo laiko daiginti augalų sėklų ant palangės, todėl daigus pirkė parduotuvėje. Agurkų daigo kaina 90 euro centų, o moliūgų daigo kaina net 2 eurai 40 centų. Kiek mažiausiai agurkų daigų turi nusipirkti Linas, kad išleistų ne daugiau kaip 30 eurų ir apsodintų visą lysvę daigais?

2 užduotis

Linas savo darže pasodino 15 saldžiųjų paprikų daigų ir 11 pomidorų daigų. Po mėnesio pastebėjo, kad augalai iš viso užmezgė 20 paprikų ir 12 pomidorų vaisių. Tarkime, kad vėliau per kiekvieną savaitę vienas paprikos augalas užmėgs po 2 naujus vaisius, o pomodoro augalas po 3 naujus vaisius. Po kiek savaičių užmėgztų pomidorų vaisių skaičius viršys paprikų vaisių skaičių? Atsakymą pateikite sveikuoju skaičiumi.

3 užduotis

Vasaros pabaigoje Linas sulaukė tokio gausaus pomidorų derliaus, kad pats tiek tikrai negalėtų suvalgyti. Dalį pomidorų jis nusprendė parduoti turguje.

Netoli Lino yra dvi turgavietės: viena už 10 kilometrų, kita už 16,5 kilometro. Pirmojoje turgavietėje kilogramą pomidorų jis galėtų parduoti už 2 eurus, antrojoje už 2 eurus 50 centų. Lino automobilis su 10 litrų degalų nuvažiuoja 100 kilometrų, o litras degalų kainuoja 1,6 Eur.

Kiek mažiausiai kilogramų pomidorų turėtų parduoti Linas, kad jam atsipirktų kelionėje į tolimesnę turgavietę (pirmyn ir atgal) sunaudotas papildomas degalų kiekis? Sudarykite nelygybę, kurioje lyginamas Lino pelnas, gautas pirmoje turgavietėje, su pelnu antroje turgavietėje, ir išspręskite uždavinį. Atsakymą pateikite sveikuoju skaičiumi.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Agurkų daigų skaičių pasižymime x, tada moliūgų daigų skaičius bus $20 - x$. Už visus agurkų daigus Linas sumokės: $x \cdot 0,9$ (Eur). Už visus moliūgų daigus sumokės: $(20 - x) \cdot 2,4$ (Eur). Iš viso Linas sumokės: $x \cdot 0,9 + (20 - x) \cdot 2,4$. Jis turi išleisti ne daugiau kaip 30 eurų, todėl sudarome nelygybę: $x \cdot 0,9 + (20 - x) \cdot 2,4 \leq 30$.	1	Už sudarytą teisingą nelygybę.
Sprendžiame sudarytą nelygybę: $0,9x + 48 - 2,4x \leq 30$; $-1,5x + 48 \leq 30 \quad - 48$; $-1,5x \leq -18 \quad : (-1,5)$; $x \geq 12$. Ats.: mažiausiai 12 agurkų daigų.	1	Už teisingai išspręstą nelygybę.
Pastabos		
1 pastaba. Moliūgų daigų skaičių galima pasižymėti x , tuomet sprendimo gale reikia papildomo veiksmo.		
2 pastaba. Taškas už teisingai išspręstą nelygybę skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 12 reiškia agurkų daigus.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Savaičių skaičių pasižymime x. Per savaitę susiformavusių visų paprikų vaisių skaičius: $15 \cdot 2 = 30$. Per savaitę susiformavusių visų pomidorų vaisių skaičius: $11 \cdot 3 = 33$. Po x savaičių paprikų vaisių skaičius: $20 + 30x$. Po x savaičių pomidorų vaisių skaičius: $12 + 33x$. Sudarome nelygybę ir apskaičiuojame, po kiek savaičių pomidorų vaisių skaičius viršytų paprikų vaisių skaičių: $12 + 33x > 20 + 30x$.	1	Už sudarytą teisingą nelygybę.
Sprendžiame sudarytą nelygybę: $12 + 33x > 20 + 30x \quad - 30x$; $12 + 3x > 20 \quad - 12$; $3x > 8 \quad : 3$;	1	Už teisingai išspręstą nelygybę ir parinktą teisingą mažiausią sveikąjį nelygybės sprendinį.

$x > 2\frac{2}{3}$. Mažiausias sveikasis nelygybės sprendinys yra 3. Ats.: po 3 savaičių.		
Pastabos		
1 pastaba. Jei neparenkamas mažiausias sveikasis sprendinys, skiriamas 1 taškas.		
2 pastaba. Taškas už teisingai išspręstą nelygybę skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 3 reiškia savaites.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pirmiausia reikia atlikti papildomus skaičiavimus. Nuvažiuoti 100 km Linui kainuoja: $10 \cdot 1,6 = 16$ (Eur). Nuvažiuoti 1 km Linui kainuoja: $16 : 100 = 0,16$ (Eur). Visa 10 km kelionė iki pirmosios turgavietės ir atgal iki namų (iš viso 20 km) Linui kainuotų: $2 \cdot 10 \cdot 0,16 = 3,2$ (Eur). Visa 16,5 km kelionė iki antrosios turgavietės ir atgal iki namų (iš viso 33 km) Linui kainuotų: $2 \cdot 16,5 \cdot 0,16 = 5,28$ (Eur). Parduotų pomidorų kilogramų skaičių pažymime x . Pirmojoje turgavietėje Lino pelnas (pajamų likutis, atskaičiavus išlaidas degalams): $2x - 3,2$ (Eur). Antrojoje turgavietėje Lino pelnas (pajamų likutis, atskaičiavus išlaidas degalams): $2,5x - 5,28$ (Eur). Sudarome nelygybę, kiek mažiausiai kilogramų pomidorų turi parduoti Linas, kad jam atsipirktų kelionėje į tolimesnę turgavietę (pirmyn ir atgal) sunaudotas papildomas degalų kiekis: $2,5x - 5,28 \geq 2x - 3,2$.	1	Už sudarytą teisingą nelygybę.
Sprendžiame sudarytą nelygybę: $2,5x - 5,28 \geq 2x - 3,2$ $- 2x$ $0,5x - 5,28 \geq -3,2$ $+ 5,28$ $0,5x \geq 2,08$ $: 0,5$ $x \geq 4,16$	1	Už teisingai išspręstą nelygybę.

x reikšmių intervale mažiausias sveikasis skaičius yra 5, todėl Linui reikės parduoti mažiausiai 5 kilogramus pomidorų. Ats.: 5 kg.		
Pastabos		
1 pastaba. Taškas už teisingai išspręstą nelygybę skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 5 reiškia kilogramus.		
2 pastaba. Jei uždavinys išsprendžiamas teisingai kitu būdu ir paaiškinamas sprendimas, tai pirmasis taškas skiriamas už pasirinktą teisingą sprendimo būdą, antrasis – už gautą teisingą atsakymą.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Agurkų daigų skaičių pasižymėkite x . Išreikškite moliūgų daigų skaičių per agurkų daigų skaičių, kai žinoma, kad lysvėje jų telpa 20.

2 užuomina. Parašykite išraišką, kiek Linas sumokės už visus agurkų daigus, jei agurkų daigų skaičių pasižymėjome x . Kiek Linas sumokės už visus moliūgų daigus?

3 užuomina. Parašykite išraišką, kiek Linas sumokės už visus daigus kartu.

4 užuomina. Žinome, kad suma, kurią Linas turi išleisti visiems daigams, turi būti ne didesnė nei 30 eurų. Remkitės šia informacija ir sudarykite nelygybę.

2 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite, kiek visi paprikų augalai užmegs vaisių per vieną savaitę. Kiek visi pomidorų augalai užmegs vaisių per vieną savaitę?

2 užuomina. Savaičių skaičių patogų pasižymėti x . Parašykite išraišką, kiek paprikų augalai bus užmezgę vaisių po x savaičių. Nepamirškite pridėti šiuo momentu jau užmegztų vaisių.

3 užuomina. Parašykite išraišką, kiek pomidorų augalai bus užmezgę vaisių po x savaičių. Nepamirškite pridėti šiuo momentu jau užmegztų vaisių.

4 užuomina. Sudarykite nelygybę pagal uždavinio sąlygą.

3 užduotis

1 užuomina. Visų pirma atlikite papildomus skaičiavimus ir pasirinkite sudaryti nelygybę. Apskaičiuokite, kiek Linui kainuoja degalai nuvažiuoti 100 km. Kiek jam kainuoja degalai nuvažiuoti 1 km?

2 užuomina. Apskaičiuokite, kiek Linui kainuotų nuvažiuoti iki pirmosios turgavietės ir atgal iki namų. O kiek iki antrosios turgavietės ir atgal iki namų?

3 užuomina. Parduotų pomidorų kiekį kilogramais patogų pasižymėti x . Parašykite Lino pelno (uždarbio, atskaičiavus sunaudotų degalų kainą) išraišką po prekybos pirmojoje turgavietėje ir kelionės pirmyn atgal.

4 užuomina. Parašykite Lino pelno (uždarbio, atskaičiavus sunaudotų degalų kainą) išraišką po prekybos antrojoje turgavietėje ir kelionės pirmyn atgal. Sudarykite nelygybę pagal uždavinio sąlygą.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Modeliai ir sąryšiai	Algebra – Nelygybės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
2			Algebra – Nelygybės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2
3			Algebra – Nelygybės	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2

Baldų gamykla, raidiniai reiškiniai ir greitosios daugybos formulės

Bendroji įvestis

Įmonė „Medinga“ gamina įvairius baldus: komodas, stalus ir lovas. Gamykloje per dieną pagaminamų baldų skaičius gali skirtis atsižvelgiant į užsakymų kiekį, turimas žaliavas ir darbo jėgą. Kiekvieną dieną pagamintų baldų skaičius yra fiksuojamas, o savaitės pabaigoje apskaičiuojamas bendras produkcijos kiekis. Ši apskaita padeda efektyviau planuoti darbo grafikus ir gamybos apimtis, kad įmonė visuomet būtų pasirengusi įvykdyti gaunamus užsakymus ir nešvaistytų medžiagų.

Užduotys

1 užduotis

Baldų gamykloje kiekvienai komodai pagaminti reikia 4 mažų, 3 didelių ir 2 specialių rankenėlių. Raidiniu reiškiniu išreikškite bendrą visų reikalingų rankenėlių skaičių (mažų, didelių ir specialių kartu sudėjus), jei gamykla per dieną pagamina x komodų. Taip pat apskaičiuokite, kiek rankenėlių iš viso reikės, jei per dieną pagaminamos 5 komodos.

2 užduotis

Pirmadienį gamykloje pagaminta a stalų, o antradienį – 3 stalais daugiau nei pirmadienį. Trečiadienį buvo pagaminta dvigubai daugiau stalų nei antradienį, o ketvirtadienį – tiek, kiek buvo pagaminta pirmadienį ir antradienį kartu sudėjus. Raidiniu reiškiniu išreikškite, kiek stalų buvo pagaminta per pirmas 4 savaitės dienas.

3 užduotis

Lovų gamybos skyrius kiekvieną savaitės dieną gamina lovas pagal formulę: pirmadienį pagaminamų lovų skaičius – b , o kiekvieną kitą dieną iki penktadienio – 1 daugiau nei prieš tai buvusią dieną. Penktadienį pagamintų lovų skaičius atitinka ketvirtadienį pagamintų lovų skaičiaus kvadratą. Raidiniu reiškiniu išreikškite bendrą lovų skaičių nuo pirmadienio iki penktadienio ir apskaičiuokite, kiek lovų būtų pagaminta, jei $b = 10$.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Duota, kad per dieną gamykla pagamina x komodų. Mažų rankenėlių reikės $4 \cdot x$. Didelių rankenėlių reikės $3 \cdot x$. Specialių rankenėlių reikės $2 \cdot x$. Bendras rankenėlių skaičius išreikštas raidiniu reiškiniu: $4x + 3x + 2x = 9x.$	1	Už gautą teisingą raidinį reiškinį.
Jei $x = 5$, tai: $9 \cdot 5 = 45 \text{ (rank.)}.$ Ats.: 45 rankenėlių.	1	Už teisingai apskaičiuotą rankenėlių skaičių.
Pastabos		
Jei užrašomas neteisingas raidinis reiškinys, bet pagal jį teisingai apskaičiuojamas rankenėlių skaičius – skiriamas 1 taškas.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Pirmadienį pagamintų stalų skaičius – a. Antradienį pagamintų stalų skaičius – $a + 3$. Trečiadienį pagaminta dvigubai daugiau stalų nei antradienį, t. y.: $2(a + 3) = 2a + 6.$ Ketvirtadienį pagaminta tiek, kiek pirmadienį ir antradienį kartu sudėjus, t. y.: $a + (a + 3) = 2a + 3.$ Bendras stalų skaičius per 4 dienas: $a + (a + 3) + (2a + 6) + (2a + 3).$ Sutraukiame panašiuosius narius: $a + a + 3 + 2a + 6 + 2a + 3 = 6a + 12.$ Ats.: $6a + 12$.	1	Už teisingai raidiniu reiškiniu išreikštą stalų skaičių ir trumpai paaiškintus atliekamus veiksmus.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pirmadienį pagaminamų lovų skaičius – b. Antradienį pagaminama 1 daugiau nei pirmadienį, t. y.:	1	Už gautą teisingą raidinį reiškinį ir bent trumpai paaiškintus atliekamus veiksmus.

$b + 1$. <i>Trečiadienį pagaminama 1 daugiau nei antradienį, t. y.:</i> $b + 2$. <i>Ketvirtadienį pagaminama 1 daugiau nei trečiadienį, t. y.:</i> $b + 3$. <i>Penktadienį pagamintų lovų skaičius atitinka ketvirtadienį pagamintų lovų kvadratą:</i> $(b + 3)^2$. <i>Bendras pagamintų lovų skaičius nuo pirmadienio iki penktadienio:</i> $b + (b + 1) + (b + 2) + (b + 3) + (b + 3)^2$. <i>Atskliaučiamo, pakeliame kvadratu ir sutraukiame panašiuosius narius:</i> $b + b + 1 + b + 2 + b + 3 + b^2 + 6b + 9 =$ $= b^2 + 10b + 15$.		
<i>Jei $b = 10$, tai</i> $10^2 + 10 \cdot 10 + 15 = 215$ (lov.). <i>Ats.: 215 lovų.</i>	1	<i>Už teisingai apskaičiuotą lovų skaičių.</i>
Pastabos		
<i>Jei raidinis reiškinyje buvo gautas neteisingai, bet po to b reikšmė į neteisingą reiškinį buvo įstatyta ir apskaičiuota teisingai – skiriami 2 taškai.</i>		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Kiekvienai komodai reikia 4 mažų, 3 didelių ir 2 specialių rankenėlių. Kiek rankenėlių iš viso reikėtų, jei turėtumėte tik 1 komodą?

2 užuomina. Jei gamykla pagamina x komodų, kaip keičiasi reikalingų rankenėlių skaičius, palyginti su 1 komoda?

3 užuomina. Kaip keičiasi bendras reikalingų rankenėlių skaičius, jei x yra 5?

2 užduotis

1 užuomina. Pirmadienį pagamintų stalų skaičius – a . Antradienį jų buvo pagaminta daugiau. Pagalvokite, kaip šį skaičių išreikšti naudojant pirmadienio duomenis.

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad trečiadienį pagaminta dvigubai daugiau stalų nei antradienį. Pagalvokite, kaip galima užrašyti šią dieną pagamintų stalų skaičių naudojant antradienio duomenis.

3 užuomina. Ketvirtadienį pagaminta tiek, kiek pirmadienį ir antradienį kartu sudėjus. Kokia būtų išraiška, jei ketvirtadienio rezultatą užrašytumėte kaip šių dviejų dienų sumą?

4 užuomina. Kai jau turite visų 4 dienų išraiškas, sudėkite jas ir gausite bendrą gamybos kiekį per šį laikotarpį.

3 užduotis

1 užuomina. Pirmadienį pagaminamų lovų skaičius – b . Kaip kistų pagaminamų lovų skaičius, jei kiekvieną kitą dieną iki penktadienio būtų pagaminama 1 lova daugiau?

2 užuomina. Penktadienį pagamintų lovų skaičiaus išraiška skiriasi nuo kitų dienų. Šis skaičius atitinka ketvirtadienį pagamintų lovų skaičiaus kvadratą. Kokia išraiška galima parodyti penktadienį pagamintų lovų skaičių?

3 užuomina. Sudėkite per visas 5 dienas pagamintų lovų skaičių ir apskaičiuokite, kiek iš viso pagaminama lovų.

4 užuomina. Įstatykite $b = 10$ į bendrą išraišką ir apskaičiuokite rezultatą.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Modeliai ir sąryšiai	Algebra – Raidiniai reiškiniai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	2
2			Algebra – Raidiniai reiškiniai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	1
3			Algebra – Raidiniai reiškiniai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

8 KLASĖ, GEOMETRIJA IR MATAVIMAI

Smiltės šienapjūtė ir ritinys

Bendroji įvestis

Ūkininkė Smiltė ruošiasi vasaros šienapjūtei. Ji turi daug karvių, kurios šaltuoju metų laiku ēda konservuotus žolinius pašarus, todėl šienapjūtė ūkyje labai svarbi. Pasitelkusi naujausias technologijas, šiemet ji gamins šienainį, kurio maistinė vertė daug geresnė nei šieno. Gaminant šienainį žolė nupjaunama, pavytinama iki 45–70 procentų drėgnio, supresuojama į rulonus ir supakuojama į plėvelę. Smiltės gaminami rulonai yra ritinio formos, jų pagrindo skersmuo 1 m, o aukštis 1,4 m.

Užduotys

1 užduotis

Pirmą šienapjūtės dieną Smiltė supresavo 20 rulonų. Žinoma, kad viena karvė per mėnesį suėda $2,5 \text{ m}^3$ supresuoto šienainio. Pritaikykite ritinio tūrio formulę ir apskaičiuokite, kiek mėnesių 4 karvės galės maitintis šiais rulonais. Vietoje π įrašykite 3,14. Atsakymą suapvalinkite iki vienetų.

2 užduotis

Pakuodama šienainio rulonus Smiltė iš viso sunaudojo 1 ritinį plėvelės, kurios plotis 0,8 m, o ilgis 1500 m, ir 231,84 m plėvelės, kurios plotis 1 m. Rulonas apsukamas vidutiniškai šešiais plėvelės sluoksniais, padengiant jo šoninį paviršių ir pagrindus. Kiek rulonų šienainio iš viso paruošė Smiltė? Vietoje π įrašykite 3,14.

3 užduotis

Smiltės rulonų presas jau senokas, todėl ji svarsto pirkti naują. Parduodami du skirtingų modelių presai, kurie suka skirtingo dydžio rulonus. Pirmasis jų suka rulonus penktadaliu aukštesnius už antrąjį, bet antrojo sukamų rulonų skersmenys ketvirtadaliu didesni už pirmojo. Apskaičiuokite pirmojo ir antrojo preso sukamų rulonų tūrių santykį ir nustatykite, kurio preso sukamuose rulonuose telpa daugiau šienainio.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Rulono tūriui apskaičiuoti taikome ritinio tūrio formulę: $V = S_{pag} \cdot H = \pi r^2 \cdot H.$ Formulėje nurodytas ritinio pagrindo spindulys, o turime tik pagrindo skersmenį. Žinoma, kad $d = 2r$, todėl: $r = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (m)}.$ Rulono tūrį apskaičiuojame pagal formulę: $V = \pi \cdot (0,5)^2 \cdot 1,4 = 0,35\pi \text{ (m}^3\text{)};$ $V \approx 0,35 \cdot 3,14 \approx 1,099 \text{ (m}^3\text{)}.$ 20 rulonų tūris: $20 \cdot V = 20 \cdot 1,099 = 21,98 \text{ (m}^3\text{)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą 20 šienainio rulonų tūrį.
Per mėnesį 4 karvės suėda: $2,5 \cdot 4 = 10 \text{ (m}^3\text{)}.$ Mėnesių skaičius, per kurį 4 karvės suės 20 rulonų: $\frac{21,98}{10} = 2,198 \approx 2.$ Ats.: per 2 mėnesius.	1	Už teisingai apskaičiuotą ir suapvalintą mėnesių, kuriais karvės galės maitintis šienainio rulonais, skaičių.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą mėnesių skaičių skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 2 reiškia mėnesius.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Rulono paviršiaus plotui apskaičiuoti taikome ritinio viso paviršiaus ploto formulę: $S = 2\pi r^2 + 2\pi rH.$ Formulėje nurodytas ritinio pagrindo spindulys, o turime tik pagrindo skersmenį. Žinoma, kad $d = 2r$, todėl: $r = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (m)}.$ Rulono paviršiaus plotą apskaičiuojame pagal formulę: $S_{rul} = 2 \cdot \pi \cdot (0,5)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot 1,4 =$ $= 0,5\pi + 1,4\pi = 1,9\pi \text{ (m}^2\text{)};$ $S_{rul} \approx 1,9 \cdot 3,14 \approx 5,966 \text{ (m}^2\text{)}.$ Rulonas apsukamas vidutiniškai 6 plėvelės sluoksniais: $6 \cdot S_{rul} \approx 6 \cdot 5,966 \approx 35,796 \text{ (m}^2\text{)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą 1 rulono viso paviršiaus plotą (arba 6 rulonų viso paviršiaus plotą, nes jis apsukamas 6 plėvelės sluoksniais).

Iš viso pakuojuant sunaudota plėvelės: $S_{plėv} = 1 \cdot 0,8 \cdot 1500 + 231,84 \cdot 1 = 1431,84 \text{ (m}^2\text{)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą sunaudotos pakavimo plėvelės bendrą plotą.
Skaiciuojame, kiek rulonų paruošta iš viso: $\frac{S_{plėv}}{6 \cdot S_{rul}} = \frac{1431,84}{35,796} = 40 \text{ (rulonų)}.$ Ats.: 40 rulonų.	1	Už teisingai apskaičiuotą iš viso paruoštų rulonų skaičių.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą rulonų kiekį skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 40 reiškia rulonus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Pažymime antrojo preso rulono aukštį: $H_2 = y.$ Tuomet pirmojo preso rulono aukštį, išreikštą per antrojo aukštį, galima užrašyti taip: $H_1 = 1,2y.$ Pažymime pirmojo preso rulono skersmenį: $d_1 = x.$ Tuomet antrojo preso rulono skersmenį, išreikštą per pirmojo skersmenį, galima užrašyti taip: $d_2 = 1,25x.$	1	Už pademonstruotą suvokimą, kad reikia išreikšti vieno iš rulonų aukštį ir skersmenį per kito rulono aukštį ir skersmenį.
Skaiciuojame presų rulonų tūrių santykį: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 \cdot H_1}{\pi r_2^2 \cdot H_2} = \frac{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \cdot H_1}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot H_2} =$ $= \frac{\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot 1,2y}{\pi \left(\frac{1,25x}{2}\right)^2 \cdot y} = \frac{1,2x^2}{1,5625x^2} = 0,768.$ Pirmojo ir antrojo presų sukamų rulonų tūrių santykis mažesnis už 1, todėl antrojo preso sukamuose rulonuose šienainio telpa daugiau. Ats.: antrojo preso sukamuose rulonuose šienainio telpa daugiau.	1	Už teisingai apskaičiuotą pirmojo ir antrojo presų sukamų rulonų tūrių santykį ir už teisingą išvadą, kad antrojo preso sukamuose rulonuose šienainio telpa daugiau.
Pastabos		
1 pastaba. Pirmasis taškas skiriamas ir tada, jei išreikštas antrojo rulono aukštis per pirmojo, ir pirmojo rulono skersmuo per antrojo, arba atvirkščiai.		
2 pastaba. Užduotį teisingai galima atlikti keliais skirtingais būdais. Antrasis taškas skiriamas tuomet, kai teisingai apskaičiuotas pirmojo ir antrojo presų sukamų rulonų tūrių santykis ir iš to padaryta teisinga išvada.		

3 pastaba. Pirmojo ir antrojo presų sukamų rulonų tūrių santykis gali būti užrašytas ir paprastąja trupmena $\frac{96}{125}$. Kadangi skaitiklis mažesnis už vardiklį, antrojo preso sukamuose rulonuose šienainio telpa daugiau.

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Rulonai yra ritinio formos. Ritinio tūris skaičiuojamas pagal formulę:

$$V = S_{pag} \cdot H = \pi r^2 \cdot H.$$

2 užuomina. Formulėje nurodytas ritinio pagrindo spindulys, o turime tik pagrindo skersmenį. Prisiminkite, kaip turint pagrindo skersmenį galima rasti jo spindulį.

3 užuomina. Norint rasti, kiek mėnesių supresuoto šienainio užteks 4 karvėms, reikia visų rulonų tūrį padalinti iš tūrio, kurį 4 karvės suėda per mėnesį.

2 užduotis

1 užuomina. Apskaičiuokite, kiek kvadratinių metrų plėvelės reikia vienam rulonui apsukti. Nepamirškite, kad rulonas apsakamas vidutiniškai 6 plėvelės sluoksniais.

2 užuomina. Rulonai yra ritinio formos. Ritinio viso paviršiaus plotas skaičiuojamas pagal formulę:

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rH.$$

3 užuomina. Apskaičiuokite, kiek kvadratinių metrų plėvelės Smiltė sunaudojo visiems rulonams supakuoti.

4 užuomina. Supakuotų rulonų kiekis apskaičiuojamas dalinant visos panaudotos plėvelės plotą iš plėvelės, kurios reikia apsukti vienam rulonui, ploto.

3 užduotis

1 užuomina. Antrojo preso rulono aukštį patogiu pažymėti y . Išreikškite pirmojo preso rulono aukštį per antrojo preso rulono aukštį.

2 užuomina. Pirmojo preso rulono skersmenį patogiu pažymėti x . Išreikškite antrojo preso rulono skersmenį per pirmojo preso rulono skersmenį.

3 užuomina. Rulonai yra ritinio formos. Ritinio tūris skaičiuojamas pagal formulę:

$$V = S_{pag} \cdot H = \pi r^2 \cdot H.$$

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Geometrija ir matavimai	Figūros – Erdvės figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
2			Figūros – Erdvės figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	3
3			Figūros – Ilgio, ploto, tūrio uždaviniai	Matematinis problemų sprendimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2

Naujas namas ir keturkampiai

Bendroji įvestis

Jauna šeima planuoja nusipirkti sklypą priemiestyje ir jame pasistatyti namą. Šeima nori efektyviai išnaudoti erdvę, todėl stačiakampio formos sklypas atrodo geriausias pasirinkimas. Sklypo kampe planuojama statyti netradicinės formos namą, kurio forma iš viršaus atrodys kaip trapecija. Šeima taip pat nori įsirengti baseiną, o likusią sklypo dalį skirti sodui ir kiemui, kad sukurtų jaukią ir malonią aplinką.

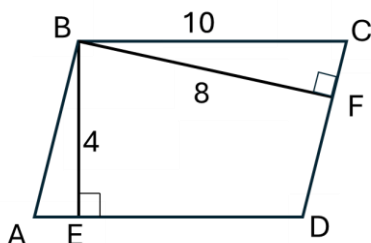
Užduotys

1 užduotis

Visų pirma šeima nori iš visų pusių aptverti savo sklypą. Sklypas yra stačiakampio formos, jo plotas – 48 arai, o viena kraštinė – 60 metrų. Apskaičiuokite, kiek metrų tvoros šeima turės įsigyti. Atsakymą pateikite metrais.

2 užduotis

Šeima savo sklype planuoja įsirengti lygiagretainio formos baseiną. Baseino brėžinys (vaizdas iš viršaus) pateiktas toliau. Ilgesnė baseino kraštinė BC bus 10 metrų. Atstumas tarp ilgesnių kraštinių yra 4 metrai, o tarp trumpesniųjų – 8 metrai. Apskaičiuokite, koks turi būti trumpesnės kraštinės CD ilgis. Atsakymą pateikite metrais.



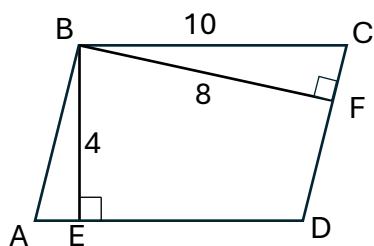
3 užduotis

Šeima planuoja statyti 120 kvadratinį metrų ploto vieno aukšto namą, kurio forma iš paukščio skrydžio primins lygiašoną trapeciją. Namų plotis (trapecijos aukštinė) bus 6 metrai, o lygiagrečių išorinių sienų (trapecijos pagrindų) ilgių santykis yra 3 : 2. Apskaičiuokite trapecijos, sudarytos iš visų namo sienų, perimetrą. Atsakymą pateikite metrais ir suapvalinkite iki vienetų.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Norint nustatyti, kiek metrų tvoros šeima turės įsigyti, reikia apskaičiuoti: sklypo plotą kvadratiniais metais, kitos stačiakampio kraštinės ilgį ir perimetrą. Skačiuojame sklypo plotą kvadratiniais metais. Duota, kad sklypo plotas yra 48 a. 1 a lygus 100 m^2, todėl sklypo plotas yra: $48 \cdot 100 = 4\,800 \text{ (m}^2\text{)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą sklypo plotą kvadratiniais metais.
Ieškome kitos stačiakampio kraštinės ilgio. Duota, kad viena sklypo kraštinė yra 60 m. Taikant stačiakampio ploto formulę galima rasti kitos kraštinės ilgį. Stačiakampio ploto formulė: $S = a \cdot b,$ kur: a – stačiakampio ilgis, b – stačiakampio plotis. Turimus duomenis įsistatome į formulę: $60 \cdot b = 4\,800;$ $b = \frac{4\,800}{60} = 80 \text{ (m)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą kitos stačiakampio kraštinės ilgį.
Skačiuojame sklypo perimetrą. Stačiakampio perimetras apskaičiuojamas pagal formulę: $P = 2 \cdot (a + b),$ kur: a – stačiakampio ilgis, b – stačiakampio plotis. $P = 2 \cdot (60 + 80) = 2 \cdot 140 = 280 \text{ (m)}$ Ats.: 280 metrų.	1	Už teisingai apskaičiuotą sklypo perimetrą.
Pastabos		
1 pastaba. Taškas už teisingai apskaičiuotą sklypo perimetrą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 280 reiškia metrus.		
2 pastaba. Jei pasirinktas kiek kitoks sprendimo būdas: 1 taškas skiriamas už suvienodintus matavimo vienetų, 1 taškas – už teisingai apskaičiuotą kitos stačiakampio kraštinės ilgį ir 1 taškas – už teisingai apskaičiuotą sklypo perimetrą.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	



I būdas

Kad apskaičiuotume trumpesnės kraštinės CD ilgį, pirmiausia turime rasti lygiagretainio plotą. Tada, taikant lygiagretainio ploto formulę, galima apskaičiuoti kitos kraštinės ilgį.

Lygiagretainio ploto formulė:

$$S = a \cdot h,$$

kur:

a – kraštinė,

h – kraštinės aukštinė.

Atkarpa BE yra kraštinės BC aukštinė, todėl galime apskaičiuoti plotą:

$$S = BC \cdot BE = 10 \cdot 4 = 40 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Taikant lygiagretainio ploto formulę, galima apskaičiuoti kitos kraštinės CD ilgį. Atkarpa BF yra kraštinės CD aukštinė, todėl:

$$S = BF \cdot CD.$$

Ieškome kraštinės CD ilgio:

$$CD = \frac{S}{BF} = \frac{40}{8} = 5 \text{ (m)}.$$

II būdas

Lygiagretainio ploto formulė:

$$S = a \cdot h,$$

kur:

a – kraštinė,

h – kraštinės aukštinė.

Brėžinyje matome pateiktas dvi lygiagretainio kraštines ir jų aukštines. Tai reiškia, kad galime užrašyti du lygius ploto išraiškos variantus:

$$S = BC \cdot BE$$

ir

$$S = BF \cdot CD.$$

Iš šių dviejų išraiškų galime sudaryti lygybę:

$$BC \cdot BE = BF \cdot CD,$$

Kadangi BC , BE ir BF dydžiai yra žinomi, o CD yra nežinomas dydis, galime jį apskaičiuoti.

Irašome turimas reikšmes į formulę:

$$CD = \frac{BC \cdot BE}{BF} = \frac{10 \cdot 4}{8} = 5 \text{ (m)}.$$

1

Už teisingai apskaičiuotą trumpesnės lygiagretainio kraštinės ilgį.

Ats.: 5 metrai.		
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą trumpesnės lygiagretainio kraštinės ilgį skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 5 reiškia metrus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	3	
Kad apskaičiuotume išorinių namo sienų perimetrą, turime rasti trapecijos pagrindų ir šoninių kraštinių ilgius, o tada taikyti perimetro formulę. Trapecijos pagrindų ilgį galima rasti taikant trapecijos ploto formulę: $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2},$ kur: S – trapecijos plotas (120 m^2), a ir b – trapecijos pagrindai (lygiagrečios sienos), h – trapecijos aukštinė (namo plotis) = 6 m. Trapecijos pagrindų ilgių neturime, bet duota, kad jų santykis yra $3 : 2$. Tai reiškia, kad galime juos išreikšti per kintamąjį x: $a = 3x,$ $b = 2x.$ Turimus duomenis įstatome į ploto formulę: $120 = \frac{(3x + 2x) \cdot 6}{2},$ $120 = \frac{(5x) \cdot 6}{2},$ $120 = 15x \quad : 15,$ $x = 8.$ Apskaičiuojame pagrindų ilgius: $a = 3x = 3 \cdot 8 = 24 \text{ (m)},$ $b = 2x = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (m)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotus trapecijos pagrindų ilgius.
Trapecijos perimetras yra visų keturių kraštinių suma: $P = a + b + 2 \cdot l,$ kur: a ir b – trapecijos pagrindai (lygiagrečios sienos), l – lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė. Trapecijos šoninės kraštinės ilgį galima apskaičiuoti taikant Pitagoro teoremą. Trapecijos šoninė kraštinė formuoja statųjį trikampį, kurio viena kraštinė yra pusė	1	Už teisingai apskaičiuotą lygiašonės trapecijos šoninės kraštinės ilgį.

pagrindų ilgių skirtumo, o kita kraštinė – trapecijos aukštinė h. Skirtumas tarp pagrindų ilgių, padalintas iš dviejų: $\frac{a - b}{2} = \frac{24 - 16}{2} = 4 \text{ (m)}.$ Apskaičiuokime šoninės kraštinės ilgį pagal Pitagoro teoremą: $l = \sqrt{\left(\frac{a - b}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} \text{ (m)}.$		
Skačiuojame perimetrą: $P = 24 + 16 + 2 \cdot \sqrt{52} \approx 54 \text{ (m)}.$ Ats.: 54 metrai.	1	Už teisingai apskaičiuotą ir iki vienetų suapvalintą trapecijos perimetrą.
Pastabos		
1 pastaba. Taškas už teisingai apskaičiuotą ir iki vienetų suapvalintą trapecijos perimetrą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 54 reiškia metrus.		
2 pastaba. Taškas už teisingai apskaičiuotą lygiašonės trapecijos šoninės kraštinės ilgį skiriamas ir tada, jei jis suapvalinamas iki vienetų (t. y. $\sqrt{52} \approx 7$).		
3 pastaba. Taškas už teisingai apskaičiuotą ir iki vienetų suapvalintą trapecijos perimetrą skiriamas ir tada, jei skaičiavimuose naudojamas iki vienetų suapvalintas šoninės kraštinės ilgis (t. y. $P \approx 24 + 16 + 2 \cdot 7 \approx 54 \text{ (m)}$).		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Sklypo plotas yra duotas arais, o 1 aras lygus 100 kvadratinėms metrų. Pagalvokite, kaip paversti sklypo plotą kvadratiniais metrais.

2 užuomina. Stačiakampio plotas apskaičiuojamas dauginant jo ilgį ir pločio kraštines. Vienos kraštinės ilgis jau žinomas, todėl kitos kraštinės ilgį galima rasti turimus duomenis įsistačius į ploto formulę.

3 užuomina. Perimetrą rasite, jei žinote abiejų kraštinių ilgius. Perimetras – visų keturių kraštinių ilgių suma. Kadangi tai stačiakampis, perimetrą galima apskaičiuoti sudėjus dvi kraštines (ilgį ir plotį) ir jas padauginus iš dviejų.

2 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite, kad lygiagretainio plotą galima apskaičiuoti naudojant bet kurią jo kraštinę ir jai statmeną aukštinę.

2 užuomina. Jums duotos dvi skirtingos lygiagretainio kraštinės (BC ir CD) ir jų aukštinės (BE ir BF).

3 užuomina. Pirmiausia naudokite kraštinę BC ir aukštinę BE , kad apskaičiuotumėte lygiagretainio plotą. Kai turėsite lygiagretainio plotą, galite naudoti tą pačią ploto vertę ir rasti kitos kraštinės (CD) ilgį, tik dabar pritaikykite aukštinę BF .

3 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite, kad trapecijos plotą galima apskaičiuoti naudojant jos pagrindus (lygiagrečias kraštines) ir aukštinę. Jums duotas plotas, todėl galite pritaikyti šią formulę ir rasti pagrindų ilgius.

2 užuomina. Ilgių santykis tarp dviejų pagrindų yra $3 : 2$, tai reiškia, kad galite išreikšti abu pagrindus per vieną kintamąjį, pvz., $a = 3x$, $b = 2x$.

3 užuomina. Perimetrą rasite, kai turėsite visus keturis kraštinių ilgius. Atminkite, kad trapecijos šoninės kraštinės yra lygios, nes trapecija yra lygiašonė.

4 užuomina. Pritaikykite Pitagoro teoremą ir apskaičiuokite šonines kraštines. Tai jums padės, nes trapecijoje tarp pagrindų ir aukštinės susidaro stačiakampiai trikampiai.

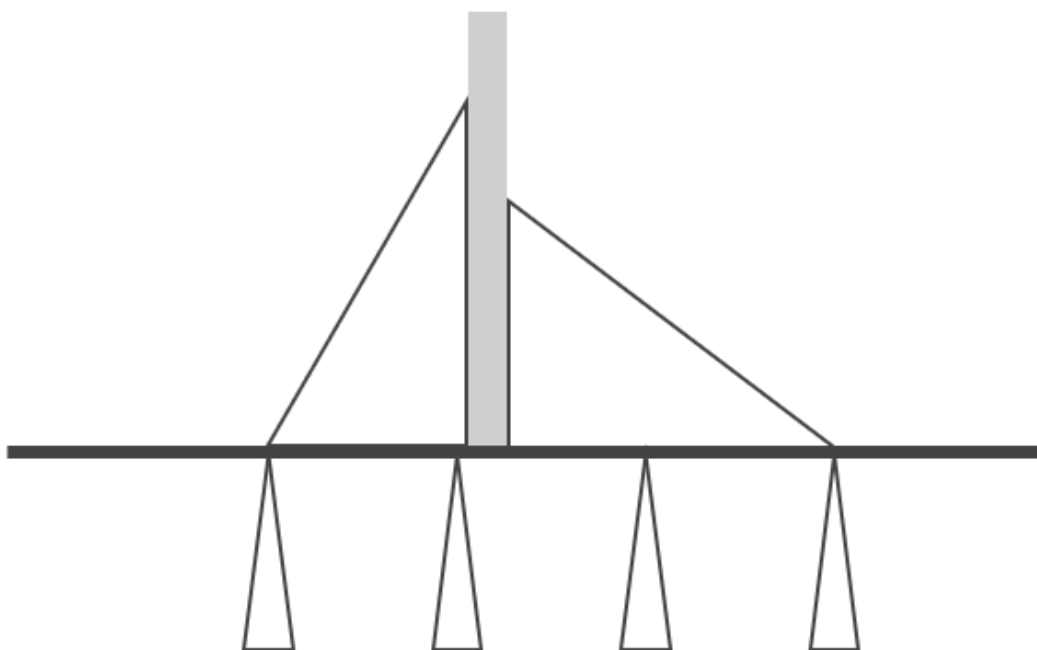
Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Geometrija ir matavimai	Figūros – Ilgio, ploto, tūrio skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	3
2			Figūros – Ilgio, ploto, tūrio skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	1
3			Figūros – Ilgio, ploto, tūrio skaičiavimai	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	3

Tiltas ir uždaviniai su trikampiais

Bendroji įvestis

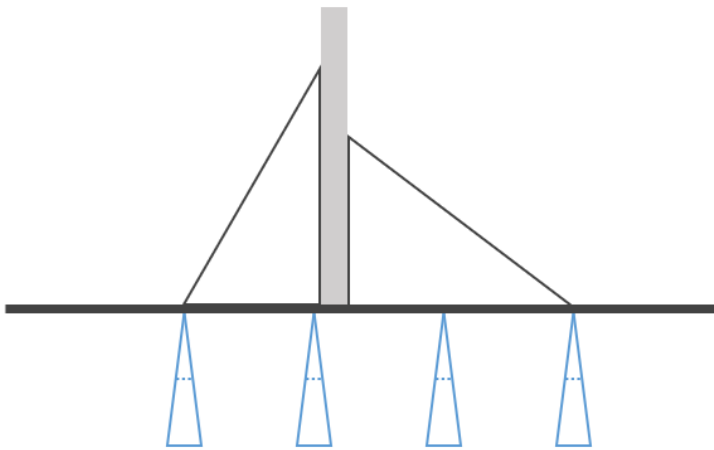
Mokiniai per geometrijos pamoką atliko grupinį darbą – projektavo tiltą, jungiantį du upės krantus. Jie sugalvojo konstrukciją su keturiomis trikampėmis rėminėmis atramomis, kurios ją sustiprina ir suteikia stabilumo. Ant šių atramų yra perdanga – važiuojamoji dalis, kuria juda transportas. Ant šios perdangos stovi aukšta lengvos konstrukcijos kolona, kuri palaiko dvi virš tilto esančias trikampio formos dekoratyvines konstrukcijas. Šios konstrukcijos ne tik papuošia tiltą, bet ir truputį padidina tilto atsparumą įvairioms apkrovoms.



Užduotys

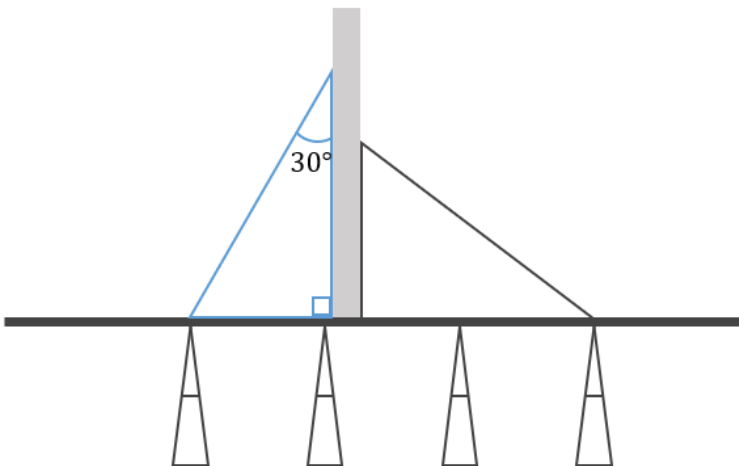
1 užduotis

Ketrios tilto atramos yra vienodi lygiašoniai trikampiai, kurių pagrindo ilgis yra 6 metrai. Kad būtų sustiprinta tilto atramų konstrukcija, mokiniai sugalvojo įterpti papildomą konstrukcinį elementą kiekvieno trikampio vidurinės linijos vietoje, kaip parodyta paveiksle. Apskaičiuokite vieno tokių trikampių vidurinės linijos ilgį.



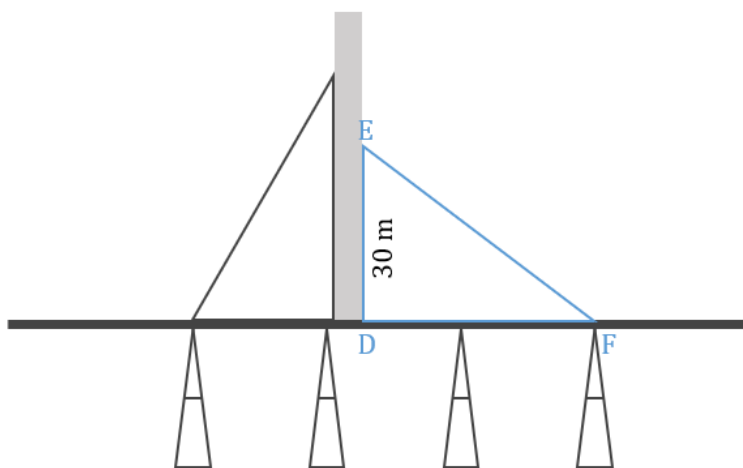
2 užduotis

Kairioji trikampio formos konstrukcija virš tilto perdangos sudaro statųjį trikampį, kurio vienas kampas yra 30° . Ilgesnis trikampio statinis, kuris remiasi į aukštąją koloną, yra 42 metrų. Trikampio įžambinės ir ilgesnio statinio ilgių santykis yra $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Be Pitagoro teoremos apskaičiuokite kraštinės, esančios priešais 30° kampą, ilgį. Atsakymą pateikite su šaknimi arba suapvalinkite šimtųjų tikslumu.



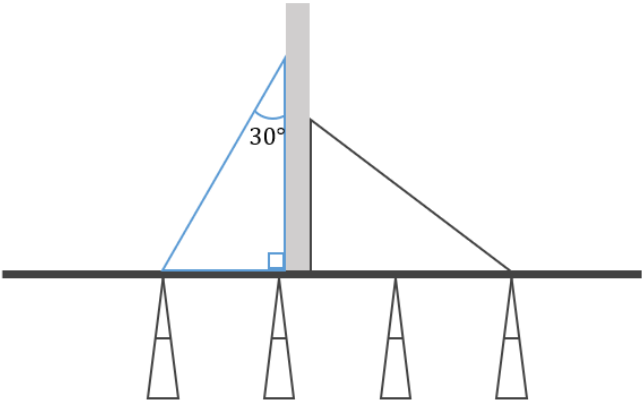
3 užduotis

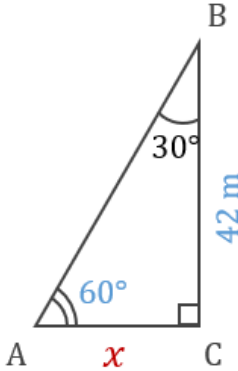
Dešinioji konstrukcija virš tilto perdangos taip pat yra trikampio formos. Trikampio kraštinė DE yra 30 metrų. Kraštinių DE ir DF ilgių santykis yra $3 : 4$. DF ir EF ilgių proporcija – $\frac{4}{5}$. Pritaikykite atvirkštinę Pitagoro teoremą ir įrodykite, kad šis trikampis yra statusis.

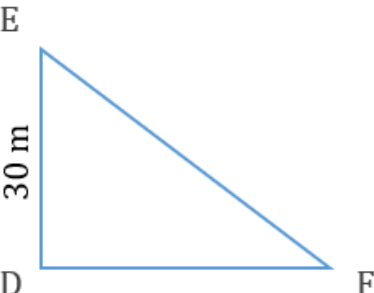


Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Trikampio vidurinė linija vadinama atkarpa, jungianti dviejų jo kraštinių vidurio taškus. Ji lygiagreti su trikampio kraštine ir lygi jos pusei. Paveiksle matome vidurines linijas, lygiagrečias su lygiašonių trikampių pagrindais. Trikampių pagrindų ilgis duotas. Vidurinė linija lygi pusei duoto pagrindo ilgio: $\frac{6}{2} = 3 \text{ (m)}.$ Ats.: 3 metrai.	1	Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą trikampio vidurinės linijos ilgį skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 3 reiškia metrus.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
 Pažymime trikampio kampus raidėmis A, B ir C. Duota, kad trikampis yra statusis ir $\angle B = 30^\circ$. Ilgesnio statinio BC, kuris remiasi į koloną ir yra prieš didesnį 60° kampą, ilgis yra 42 m. Prieš 30° kampą yra statinis AC, apskaičiuosime jo ilgį.	1	Už teisingai apskaičiuotą trikampio įžambinės ilgį.

 ----- Pagal uždavinio sąlygą, trikampio įžambinės AB ir ilgesnio statinio BC ilgių santykis yra $\frac{2\sqrt{3}}{3}$: $\frac{AB}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{3};$ $AB = \frac{BC \cdot 2\sqrt{3}}{3} = \frac{42 \cdot 2\sqrt{3}}{3} = 28\sqrt{3} \approx 48,50 \text{ (m)}.$		
Žinome, kad jei stačiojo trikampio vienas kampas lygus 30°, tai prieš jį esantis statinis lygus pusei įžambinės (pagal stačiojo trikampio 30° kampo taisyklę). Vadinasi: $AC = \frac{AB}{2} = \frac{28\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} \approx 24,25 \text{ (m)}.$ Ats.: $14\sqrt{3} \approx 24,25$ metro.	1	Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.
Pastabos Taškas už teisingai apskaičiuotą kraštinės, esančios priešais 30° kampą, ilgį skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius $14\sqrt{3} \approx 24,25$ reiškia metrus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
Pirmiausia pritaikykime trikampio kraštinių santykius ir apskaičiuokime nežinomus trikampio kraštinių ilgius. Duota, kad trikampio kraštinė DE yra 30 m.  Trikampio kraštinių DE ir DF ilgių santykis yra 3 : 4:	2	
	1	Už teisingai apskaičiuotus nežinomus trikampio kraštinių ilgius.

$\frac{DE}{DF} = \frac{3}{4},$ $DF = \frac{DE \cdot 4}{3} = \frac{30 \cdot 4}{3} = 40 \text{ (m)}.$ <i>Trikampio kraštinių DF ir EF ilgių santykis yra 4 : 5:</i> $\frac{DF}{EF} = \frac{4}{5},$ $EF = \frac{DF \cdot 5}{4} = \frac{40 \cdot 5}{4} = 50 \text{ (m)}.$		
<i>Pasinaudokime atvirkštine Pitagoro teorema ir patikrinkime, ar trikampis yra statusis.</i> <i>Kad trikampis būtų statusis, jis turi tenkinti Pitagoro teoremos sąlygas:</i> $c^2 = a^2 + b^2,$ <i>kur:</i> $a = DE = 30 \text{ (m)},$ $b = DF = 40 \text{ (m)},$ $c = EF = 50 \text{ (m)}.$ <i>Patikriname:</i> $50^2 = 30^2 + 40^2,$ $2500 = 900 + 1600,$ $2500 = 2500.$ <i>Kadangi trikampio kraštinės tenkina Pitagoro teoremos sąlygas, trikampis yra statusis.</i> <i>Ats.: trikampis yra statusis.</i>	1	Už teisingą atsakymą ir jo pagrindimą.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotus nežinomus trikampio kraštinių ilgius skiriamas ir tada, jei nenurodoma, kad skaičiai 40 ir 50 reiškia metrus.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Lygiašonis trikampis turi dvi lygias kraštines, o pagrindas – ta kraštinė, kuri skiriasi nuo jų.

2 užuomina. Paveiksle pavaizduotos vidurinės linijos, lygiagrečios su lygiašonio trikampio pagrindu.

3 užuomina. Trikampio vidurinė linija yra lygiagreti su trikampio kraštine ir lygi jos pusei.

4 užuomina. Šiuo atveju vidurinė linija yra lygiagreti su lygiašonio trikampio pagrindu ir lygi jo pusei. Kadangi trikampio pagrindo ilgis yra žinomas, šį ilgį padalinkite per pusę ir gausite vidurinės linijos ilgį.

2 užduotis

1 užuomina. Įžambinės ir ilgesnio statinio santykis yra $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Vadinasi, galima išreikšti įžambinę, atsižvelgiant į ilgesnį statinį, ir apskaičiuoti jos ilgį.

2 užuomina. Kadangi trikampis yra statusis, kraštinė prieš 30° kampą yra pusė įžambinės ilgio. Įžambinės ilgį padalinkite iš dviejų ir gausite reikiamą kraštinę.

3 užduotis

1 užuomina. Pritaikykite trikampio kraštinių santykius ir apskaičiuokite nežinomus trikampio kraštinių ilgius. Pirmiausia apskaičiuokite kraštinę DF – pritaikykite pateiktą santykį su kraštine DE.

2 užuomina. Duota, kad kraštinių DF ir EF ilgių proporcija yra $\frac{4}{5}$, todėl galite apskaičiuoti EF ilgį.

3 užuomina. Norint įsitikinti, ar trikampis tenkina Pitagoro teoremos sąlygas, reikia apskaičiuoti vizualiai beveik statų kampą sudarančių kraštinių kvadratų sumą ir patikrinti, ar ji sutampa su trečios kraštinės kvadratu.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrūpis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8	Geometrija ir matavimai	Figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Slenkstinis	1
2			Figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
3			Figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	2

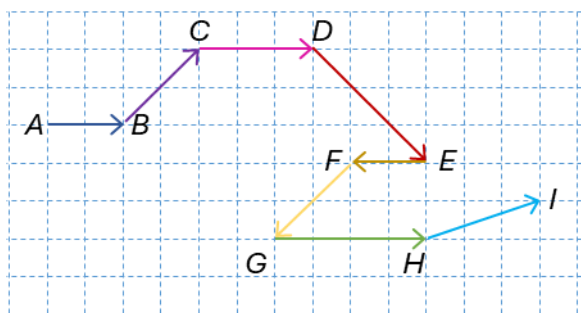
Marsaeigių misijos Marse

Bendroji įvestis

Pastarąjį kartą marsaeigis Marse nusileido 2021 m. vasario 18 dieną. Tai buvo NASA „Mars 2020“ misijos marsaeigis „Perseverance“, kurio paskirtis – ieškoti senovinės gyvybės požymių, tirti Marso geologiją, klimatą ir rinkti mėginius, kurie bus išsiųsti į Žemę. Tarkime, kad daug kosmoso tyrimų ambicijų turinčios šalies Alfatijos mokslininkai planuoja dviejų naujų marsaeigių – „Švyturys“ ir „Tyrėjas“ – misijas. „Švyturys“ tyrinės Marso požeminius išteklius, kurie gali būti svarbūs ateities misijoms, o „Tyrėjas“ vykdys tyrimus tolimose ir mažai ištirtose planetos vietovėse.

Užduotys

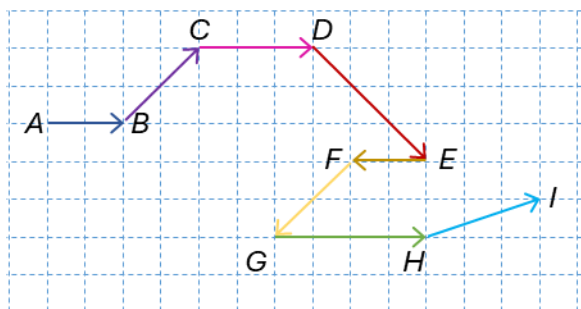
1 užduotis



Marso žemėlapyje nubraižyta schema, kurioje pateiktas marsaeigio „Švyturys“ misijos planas. Kiekvienas vektorius atitinka marsaeigio per vieną dieną planuojamą nukeliauti atstumą ir kryptį. Pirmą dieną marsaeigis keliaus vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ atstumą, antrą dieną – $\overrightarrow{BC}$ ir t. t., o paskutinę dieną – $\overrightarrow{HI}$ atstumą. Remkitės pateikta schema ir atsakykite į klausimus:

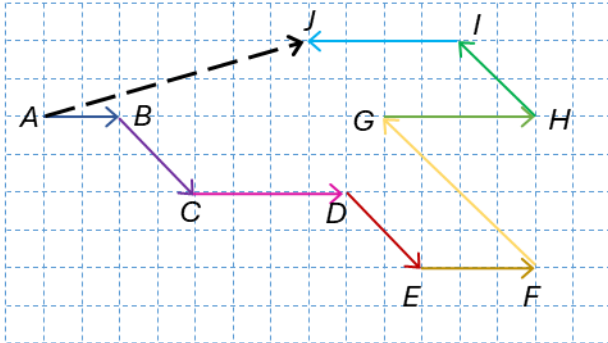
- Kurie vektoriai yra vienakrypčiai su vektoriumi $\overrightarrow{AB}$?
- Kurie vektoriai yra lygieji su vektoriumi $\overrightarrow{AB}$?
- Kurie vektoriai yra priešpriešiniai vektoriumi $\overrightarrow{AB}$?
- Kurie vektoriai yra priešingieji vektoriumi $\overrightarrow{AB}$?

2 užduotis



Schemoje pateiktas marsaeigio „Švyturys“ misijos planas. Kiekvienas vektorius atitinka marsaeigio per vieną dieną planuojamą nukeliauti atstumą ir kryptį. Pirmą dieną marsaeigis keliaus $\overrightarrow{AB}$ atstumą, antrą dieną – $\overrightarrow{BC}$ atstumą ir t.t., paskutinę dieną – $\overrightarrow{HI}$ atstumą. Remkitės trikampio taisykle, sudėkite pirmų šešių dienų vektorius ir užrašykite suminį vektorių. Nurodykite jo pradžios ir pabaigos taškus.

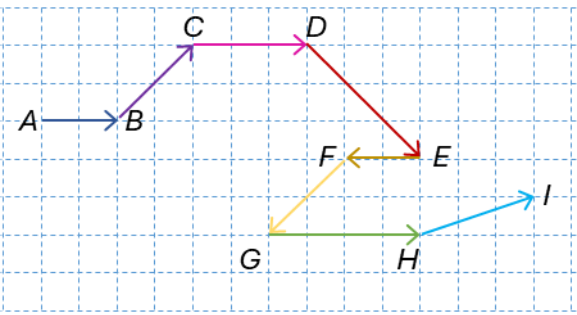
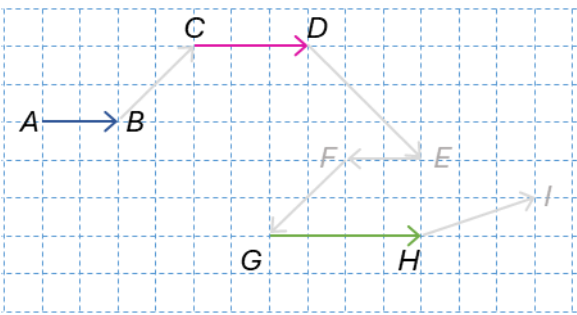
3 užduotis

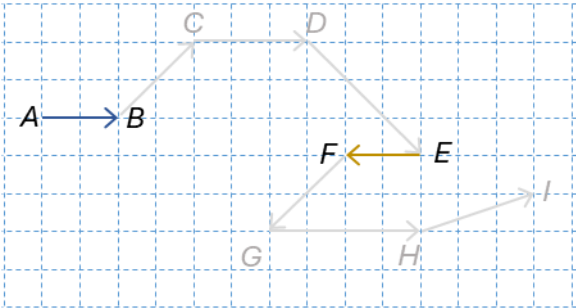


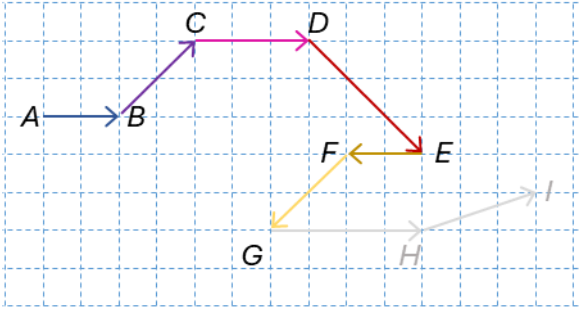
Schemoje pateiktas marsaeigio „Tyrėjas“ misijos planas. Kiekvienas vektorius atitinka marsaeigio per vieną dieną planuojamą nukeliauti atstumą ir kryptį. Pirmą dieną marsaeigis keliaus $\overrightarrow{AB}$ atstumą, antrą – $\overrightarrow{BC}$ ir t. t., paskutinę dieną – $\overrightarrow{IJ}$ atstumą.

Parodykite, kad vektorius nuo pradinės pozicijos iki kelionės tikslo $\overrightarrow{AJ}$ gali būti išreikštas skirtumu $\overrightarrow{AJ} = 4,5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.

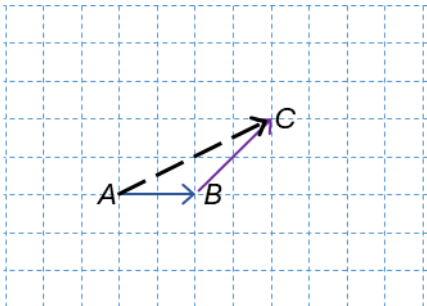
Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	4	
 a) Vienakrypčiai vektoriai yra tie, kurių kryptys sutampa, tačiau jų ilgiai gali skirtis. Vienakrypčiai vektoriai būna išsidėstę lygiagrečiose tiesėse arba toje pačioje tiesėje.  Pagal schemą vienakrypčiai su $\overrightarrow{AB}$ yra $\overrightarrow{CD}$ ir $\overrightarrow{GH}$. Žymime: $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD}$ ir $\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{GH}$.	1	Už teisingai nustatytus vektorius, kurie yra vienakrypčiai su $\overrightarrow{AB}$.
b) Lygiaisiais vektoriais vadinami tokie vienakrypčiai vektoriai, kurių ilgis vienodas. Pagal schemą nėra vektorių, kurie būtų lygieji su $\overrightarrow{AB}$, nes nė vieno su $\overrightarrow{AB}$ vienakrypčio vektoriaus ilgis nėra lygus $\overrightarrow{AB}$ ilgiui: $\overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{GH} \neq \overrightarrow{AB}$.	1	Už teisingai nurodytą atsakymą, kad nėra vektorių, kurie būtų lygieji su $\overrightarrow{AB}$.
c) Priešpriešiniai vektoriai yra tokie, kurių kryptys yra priešingos. Priešpriešiniai vektoriai būna išsidėstę lygiagrečiose tiesėse arba toje pačioje tiesėje.	1	Už teisingai nustatytą vektorių, kuris yra priešpriešinis vektoriui $\overrightarrow{AB}$.

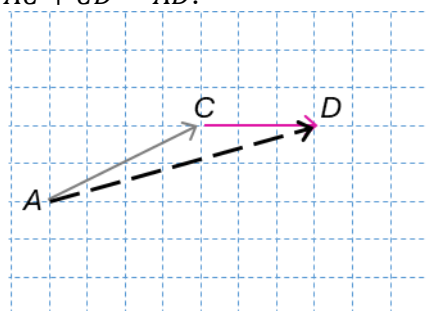
 Pagal schemą priešpriešinis vektoriui $\overrightarrow{AB}$ yra $\overrightarrow{EF}$. Žymime: $\overrightarrow{AB} \uparrow \downarrow \overrightarrow{EF}$.		
d) Priešingaisiais vektoriais vadinami tokie priešpriešiniai vektoriai, kurių ilgis yra vienodas. Pagal schemą priešingasis vektoriui $\overrightarrow{AB}$ yra $\overrightarrow{EF}$, nes jų ilgiai lygūs ($\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$). Žymime: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{EF}$. Ats.: a) $\overrightarrow{AB} \uparrow \overrightarrow{CD}$ ir $\overrightarrow{AB} \uparrow \overrightarrow{GH}$ b) nėra c) $\overrightarrow{AB} \uparrow \downarrow \overrightarrow{EF}$ d) $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{EF}$	1	Už teisingai nustatytą vektorių, kuris yra priešingasis vektoriui $\overrightarrow{AB}$.
Pastabos		
Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
 Reikia sudėti: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$. Trikampio taisyklė teigia, kad sudedant du vektorius, vieno vektoriaus pabaiga tampa kito vektoriaus pradžia. Bendra jų suma yra tiesioginis vektorius, jungiantis pirmojo vektoriaus pradžią su antrojo pabaiga.	1	Už teisingai apskaičiuotą vektorių sumą.

Remiamės trikampio taisykle ir sudedame visus vektorius po du paeiliui. Pirmiausia $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$:
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



Prie $\overrightarrow{AC}$ pridedame $\overrightarrow{CD}$:
 $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

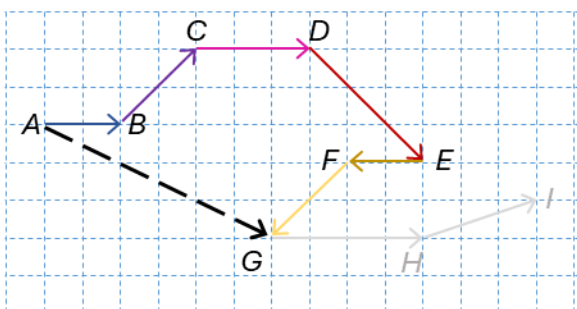


Toliau prie $\overrightarrow{AD}$ pridedame $\overrightarrow{DE}$:
 $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

Priedame $\overrightarrow{EF}$:
 $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF}$.

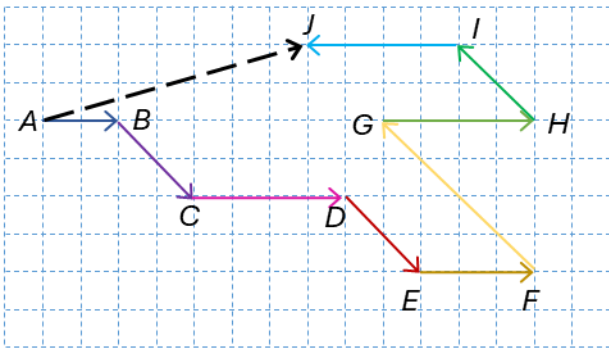
Ir pridedame $\overrightarrow{FG}$:
 $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AG}$.

Pagal trikampio taisyklę, sudėjus visus vektorius paeiliui, galutinis vektorius $\overrightarrow{AG}$ tiesiogiai jungia tašką A su tašku G. Jis yra visų tarpinių vektorių sumos rezultatas:
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AG}$.



Ats.: $\overrightarrow{AG}$

Pastabos

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	1	
Reikia parodyti, kad vektorius nuo pradinės pozicijos iki kelionės tikslo $\overrightarrow{AJ}$ yra lygus $\overrightarrow{AJ} = 4,5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$, t. y., kad $\overrightarrow{AJ}$ galima išreikšti per pirmų dviejų dienų maršrutų vektorius.  Šį uždavinį galima išspręsti taikant vektorių sudėties, atimties, vektoriaus daugybos iš skaičiaus taisykles. Sudedame visus tarpinius vektorius nuo $\overrightarrow{AB}$ iki $\overrightarrow{IJ}$ pagal vektorių sudėties taisykles ir gauname: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ}$. Dabar remkimės vektoriaus daugybos iš skaičiaus taisykle ir kairėje lygybės pusėje sudėtus vektorius išsireikškime per jiems priešpriešinius arba vienakrypčius vektorius $\overrightarrow{AB}$ arba $\overrightarrow{BC}$: $\overrightarrow{CD} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$, nes lygiagrečiose tiesėse ir vienakrypčiai; $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$, nes lygiagrečiose tiesėse ir vienakrypčiai; $\overrightarrow{EF} = 1,5 \cdot \overrightarrow{AB}$, nes lygiagrečiose tiesėse ir vienakrypčiai; $\overrightarrow{FG} = (-2) \cdot \overrightarrow{BC}$, nes lygiagrečiose tiesėse ir priešpriešiniai; $\overrightarrow{GH} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$, nes toje pačioje tiesėje ir vienakrypčiai; $\overrightarrow{HI} = (-1) \cdot \overrightarrow{BC}$, nes lygiagrečiose tiesėse ir priešpriešiniai; $\overrightarrow{IJ} = (-2) \cdot \overrightarrow{AB}$, nes lygiagrečiose tiesėse ir priešpriešiniai. Visas gautas išraiškas įstatome į lygybę: $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} +$	1	Už teisingą parodymą.

$+\overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IJ};$ $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 1,5\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} +$ $+2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}.$ <i>Sutraukiame panašiuosius narius:</i> $\overrightarrow{AJ} = 4,5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}.$ <i>Ats.: parodyta.</i>		
Pastabos		
<i>Jei reikia, įrašomas paaiškinimas, kaip skiriami taškai.</i>		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Vienakrypčiai vektoriai yra tos pačios krypties ir gali būti išsidėstę lygiagrečiose tiesėse arba toje pačioje tiesėje. Atkreipkite dėmesį į vektorių kryptį (rodyklių orientaciją) ir patikrinkite, kurie vektoriai nukreipti ta pačia kryptimi kaip $\overrightarrow{AB}$.

2 užuomina. Lygieji vektoriai yra vienakrypčiai ir tokio paties ilgio. Apskaičiuokite $\overrightarrow{AB}$ ilgį (jei reikia, naudokite koordinates) ir palyginkite jį su kitų vienakrypčių vektorių ilgiais.

3 užuomina. Priešpriešinių vektorių kryptis yra priešinga $\overrightarrow{AB}$ kryptčiai. Ieškokite su $\overrightarrow{AB}$ lygiagrečių vektorių, kurių rodyklės būtų nukreiptos į priešingą pusę.

4 užuomina. Priešingieji vektoriai yra priešpriešiniai ir vienodo ilgio. Raskite priešpriešinį vektorių ir patikrinkite, ar jo ilgis lygus $\overrightarrow{AB}$. Jei ilgiai vienodi, šis vektorius yra priešingasis.

2 užduotis

1 užuomina. Sudėkite vektorius po du paeiliui: pirmiausia $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, tada prie gauto rezultato pridėkite $\overrightarrow{CD}$, ir t. t., kol sudėsite visus vektorius iki $\overrightarrow{FG}$. Užrašykite tarpinius rezultatus.

2 užuomina. Vektorių sudėtis pagal trikampio taisyklę reiškia, kad vieno vektoriaus pabaiga tampa kito vektoriaus pradžia. Bendras rezultatas yra tiesioginė atkarpa, jungianti pirmo vektoriaus pradžią (A) su paskutinio vektoriaus pabaiga (G). Ši taisyklė leidžia nuosekliai sudėti vektorius ir gauti galutinį vektorių.

3 užuomina. Galutinis vektorius $\overrightarrow{AG}$ yra tiesioginė atkarpa, jungianti pradinį tašką A su galutiniu tašku G. Jei visus tarpinius vektorius sudėsite teisingai, turėtumėte gauti šį vektorių. Palyginkite schemą su gautu rezultatu ir patikrinkite savo sprendimą.

3 užduotis

1 užuomina. Remkitės vektorių sudėties taisyklėmis (trikampio arba lygiagretainio) ir sudėkite visus vektorius nuo $\overrightarrow{AB}$ iki $\overrightarrow{IJ}$. Užrašykite bendrą lygybę, kuri išreikštų $\overrightarrow{AJ}$ per tarpinių vektorių sumą.

2 užuomina. Pažvelkite į schemą ir išanalizuokite, kaip tarpinių vektorių kryptys ir ilgiai susiję su $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BC}$. Ar kai kurie vektoriai gali būti tiesiogiai prilyginti šiems vektoriams arba būti jiems proporcingi?

3 užuomina. Remkitės vektoriaus daugybos iš skaičiaus taisykle ir išreikškite kiekvieną tarpinį vektorių per $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{BC}$. Jei pagal schemą vienas vektorius yra, pvz., 4,5 karto ilgesnis nei $\overrightarrow{AB}$, užrašykite tai kaip lygybę, pvz.:

$$\overrightarrow{LM} = 4,5\overrightarrow{AB}.$$

4 *užuomina*. Gautas išraiškas įstatykite į pradinę lygybę iš pirmos užuominos ir sutraukite panašiuosius narius.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Geometrija ir matavimai	Konstravimas	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	4
2			Konstravimas	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Pagrindinis	1
3			Konstravimas	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	1

Geometrinių skulptūrų konkursas ir erdvinės figūros

Bendroji įvestis

Mokykla „Smalsumo kelias“ kasmet rengia geometrinių skulptūrų konkursą, kuriame mokiniai demonstruoja savo kūrybiškumą ir matematikos gebėjimus. Skulptūras kurti leidžiama iš pačių įvairiausių medžiagų, pvz., drėgno smėlio, popieriaus masės, metalo ar medienos. Vieninteliai reikalavimai – skulptūros turi tiksliai atitikti vaizduojamų erdvinių figūrų formas (kūgio, rutulio, piramidės, kt.) ir atitikti matematinę užduotį, susijusią su sukurta skulptūra. Šiais metais užduotis dalyviams – parodyti, kad jie moka teisingai apskaičiuoti, kiek medžiagos sunaudota skulptūrai pagaminti.

Užduotys

1 užduotis

Luka gamina pilnavidurį rutulį iš medienos. Ji turi apskaičiuoti, kokia bus rutulio masė kilogramais. Rutulio skersmuo – 30 cm. Medienos tankis – 520 kg/m^3 . Laikykite, kad π lygus 3,14. Apskaičiuokite rutulio masę kilogramais ir atsakymą pateikite dešimtųjų tikslumu.

2 užduotis

Nora kuria didelį smėlio kalnelį, kurio forma yra taisyklinga keturkampė piramidė. Pagrindo kraštinė lygi 18 cm, o aukštis – 30 cm. Dalyvė turi apskaičiuoti smėlio, iš kurio pagaminta piramidė, tūrį. Apskaičiuokite piramidės tūrį. Atsakymą pateikite kubiniais centimetrais.

3 užduotis

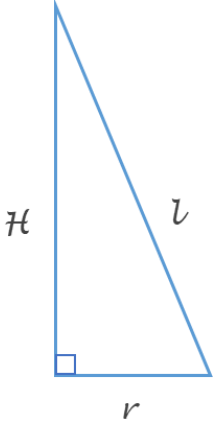
Tomas kūgio formos skulptūrą kuria iš plonos skardos. Jis turi apskaičiuoti, kiek kvadratinį centimetrų skardos sunaudoja, jei skardos jungtys tokios plonos, kad jų storio galima nepaisyti. Kūgio aukštinė yra 24 cm, pagrindo skersmuo – 20 cm. Apskaičiuokite kūgio paviršiaus plotą. Laikykite, kad π lygus 3,14. Atsakymą pateikite kvadratiniais centimetrais dešimtųjų tikslumu.

Vertinimo instrukcija

1 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Rutulio tūris apskaičiuojamas pagal formulę: $V = \frac{4}{3}\pi R^3,$ kur: V – rutulio tūris, R – rutulio spindulio ilgis, π – matematinė konstanta, apytikriai lygi 3,14. Pirmiausia reikia rasti rutulio spindulį. Kadangi uždavinio sąlygoje duotas skersmuo, spindulį apskaičiuojame padalindami skersmenį iš dviejų: $R = \frac{d}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ (cm)}.$ Įstatome spindulio reikšmę į formulę: $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (15)^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3375 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 3375}{3} = 14130 \text{ (cm}^3\text{)}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą rutulio tūrį.
Tada reikia apskaičiuoti rutulio masę. Rutulio masė apskaičiuojama pagal formulę: $m = \rho \cdot V,$ kur: m – rutulio masė, ρ – medžiagos tankis, V – rutulio tūris. Perskaičiuojame rutulio tūrį kubiniais decimetrais $V = 14130 \text{ cm}^3 = 14,13 \text{ dm}^3.$ Perskaičiuojame medienos tankį kilogramais kubiniam decimetrai: $520 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,52 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}.$ Medinio rutulio masė m lygi: $m = 14,13 \cdot 0,52 = 7,3476 \approx 7,3 \text{ (kg)}.$ Atsakymas: 7,3 kg.	1	Už teisingai apskaičiuotą rutulio masę.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą rutulio masę skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 7,3 reiškia kilogramus.		

2 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Taisyklingosios keturkampės piramidės tūris apskaičiuojamas pagal formulę: $V = \frac{1}{3} S_{\text{pagr}} \cdot H,$ kur: V – taisyklingosios piramidės tūris, S_{pagr} – pagrindo plotas, H – piramidės aukštinė. Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindas yra kvadratas, taigi pagrindo plotas apskaičiuojamas pagal kvadrato ploto formulę. Pagrindo kraštinės ilgis duotas uždavinio sąlygoje. Įsistatome jį į formulę ir gauname: $S_{\text{pagr}} = a^2 = 18^2 = 324 \text{ (cm}^2\text{)}.$	1	Už teisingai nustatytą taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindą sudarančią figūrą ir teisingai apskaičiuotą jos plotą.
Apskaičiuoto pagrindo ploto ir duoto piramidės aukščio reikšmės įsistatome į formulę: $V = \frac{1}{3} \cdot 324 \cdot 30 = \frac{324 \cdot 30}{3} = 3240 \text{ (cm}^3\text{)}.$ Atsakymas: 3240 cm^3.	1	Už teisingai apskaičiuotą taisyklingosios keturkampės piramidės tūrį.
Pastabos Taškas už teisingai apskaičiuotą taisyklingosios keturkampės piramidės tūrį skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 3240 reiškia kubinius centimetrus.		

3 užduoties vertinimas		
Sprendimas ir/arba atsakymas	Taškai	Taškų paaiškinimas
	2	
Kūgio paviršiaus plotas apskaičiuojamas pagal formulę: $S_{\text{pav}} = S_{\text{pagr}} + S_{\text{šon}} = \pi r^2 + \pi r l,$ kur: S_{pav} – kūgio paviršiaus plotas, S_{pagr} – kūgio pagrindo plotas, $S_{\text{šon}}$ – kūgio šoninio paviršiaus plotas, r – kūgio pagrindo spindulys, l – kūgio sudaromoji (arba šoninė briauna), π – matematinė konstanta, apytikriai lygi 3,14. Pirmiausia reikia rasti kūgio pagrindo spindulį. Kadangi uždavinio sąlygoje nurodytas pagrindo skersmuo, padaliname jį iš 2 ir gauname spindulį: $r = \frac{d}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ (cm)}.$	1	Už teisingai pritaiktą Pitagoro teoremą ir apskaičiuotą kūgio sudaromosios ilgį.

Dabar reikia rasti sudaromosios (arba šoninės briaunos) ilgį. Kūgio aukštinė (arba aukštis) kartu su pagrindo spinduliu ir sudaromąja sudaro statųjį trikampį:  Todėl sudaromąją galima apskaičiuoti pagal Pitagoro teoremą: $l = \sqrt{r^2 + H^2}.$ Apskaičiuotą spindulio ilgį ir turimą aukštinės ilgį įsistatome į formulę: $l = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676} = 26 \text{ (cm)}.$		
Visas turimas reikšmes įsistatome į paviršiaus ploto formulę: $S_{pav} = 3,14 \cdot 10^2 + 3,14 \cdot 10 \cdot 26 = 314 + 816,4 = 1130,4 \text{ (cm}^2\text{)}.$ Atsakymas: $1130,4 \text{ cm}^2.$	1	Už teisingai apskaičiuotą kūgio paviršiaus plotą.
Pastabos		
Taškas už teisingai apskaičiuotą kūgio paviršiaus plotą skiriamas ir tada, jei atsakyme nenurodoma, kad skaičius 1130,4 reiškia kvadratinus centimetrus.		

Užuominos mokiniui

1 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite, kaip apskaičiuojamas rutulio tūris: pirmiausia rutulio spindulys pakeliamas trečiuoju laipsniu (padauginamas pats iš savęs tris kartus), gautas skaičius padauginamas iš skaičiaus π , rezultatas dar padauginamas iš 4 ir padalinamas iš 3.

2 užuomina. Atkreipkite dėmesį, kad skaičiuojant rutulio tūrį naudojama rutulio spindulio reikšmė, o uždavinyje nurodytas rutulio skersmuo. Kaip rutulio spindulio ilgis susijęs su rutulio skersmens ilgiu?

3 užuomina. Kai skaičiuojate tūrį, naudokite apytikslę π reikšmę, kuri yra lygi 3,14.

4 užuomina. Norint apskaičiuoti medinio rutulio masę, reikia rutulio tūrį padauginti iš medienos tankio.

2 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite, ką vadiname taisyklingąja piramide. Koks daugiakampis yra taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindas?

2 užuomina. Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindas yra kvadratas. Kaip apskaičiuojamas kvadrato plotas?

3 užuomina. Taisyklingosios piramidės tūris apskaičiuojamas taip: pagrindo plotą reikia padauginti iš piramidės aukščio ir gautą rezultatą padalinti iš 3.

3 užduotis

1 užuomina. Prisiminkite, kad kūgio paviršiaus plotą sudaro pagrindo skritulio plotas ir šoninio paviršiaus plotas. Pabandykite atskirai apskaičiuoti kiekvieną dalį. Ko reikia, norint apskaičiuoti abu plotus?

2 užuomina. Kad apskaičiuotumėte pagrindo skritulio plotą, turite žinoti jo spindulio ilgį. Uždavinio sąlygoje duotas kūgio pagrindo skersmuo, taigi padalykite jį per pusę ir rasite spindulį. Šio dydžio reikės ir skaičiuojant šoninio paviršiaus plotą.

3 užuomina. Šoninio paviršiaus plotas apskaičiuojamas dauginant skritulio spindulį iš šoninės briaunos ir π .

4 užuomina. Šoninei briaunai rasti pritaikykite Pitagoro teoremą. Šoninė briauna apskaičiuojama žinant kūgio spindulį ir aukštį. Prisiminkite, kad ji yra stačiojo trikampio įžambinė.

Metaduomenys

Nr.	Klasė	BP Sritis	Tema	MS gebėjimų pogrupis	Pasiekimų sritis	Gebėjimų sritis	Pasiekimų lygis	Taškai
1	8 klasė	Geometrija ir matavimai	Figūros - Erdvės figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
2			Figūros - Erdvės figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Patenkinamas	2
3			Figūros - Erdvės figūros	Dėsningumų radimas ir matematinis modeliavimas	Problemų sprendimas	AMG	Aukštesnysis	2